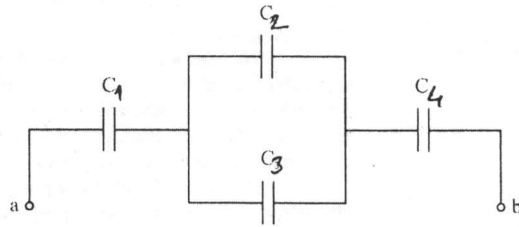


-1p za paragraf; +0,5p ako je tačno

1. (20 poena) Četiri neopterećena kondenzatora C_1, C_2, C_3 i C_4 vezani su grupu između krajeva a i b, kao što je prikazano na slici



*Izračunati ekvivalentnu kapacitivnost grupe C_{ab} .

* Ako se između krajeva a i b priključi idealni naponski generator elektromotorne sile E izračunati ukupnu količinu naelektrisanja Q_{ab} koja je protekla u procesu opterećivanja.

*Izračunati elektrostatičku energiju grupe nakon završenog procesa opterećivanja W_{ab} kao i energiju koja se pretvorila u toplotu tokom procesa opterećivanja grupe W_J .

*Izračunati napon na kondenzatoru C_1 nakon što je završeno opterećivanje grupe kondenzatora.

Brojni podaci: $C_1 = 8\mu F, C_2 = 1\mu F, C_3 = 2\mu F, C_4 = 24\mu F, E = 100V$.

$$\frac{1}{C_{ab}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{24} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{ab} = 2\mu F$$

ako je izračun
formule, ali nije
gledao C_2 i C_3
pa 3 (2p)

$$Q_{ab} = E C_{ab} = 100 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 200 \mu C$$

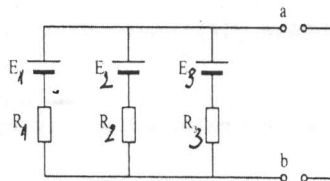
$$W_{ab} = \frac{1}{2} E Q_{ab} = \frac{1}{2} 100 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 10^{-2} J$$

$$W_J = E Q_{ab} - \frac{1}{2} E Q_{ab} = \frac{1}{2} E Q_{ab} = 10^{-2} J$$

$$U_1 = \frac{Q_{ab}}{C_1} = \frac{200 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-6}} = 25 V$$

2. (20 poena) Primenom metode napona između čvorova odrediti napon između tačaka a i b kola na slici.

*Odrediti parametre ekvivalentnog Tevenenovog generatora E_T, R_T između krajeva a i b.



*Odrediti vrednost otpornosti otpornika R_x koji je potrebno vezati između krajeva a i b da bi snaga na tom otporniku bila maksimalna.

*Ako se krajevi a i b kratko spoje provodnikom na slici odrediti intenzitet struje u njemu.

Brojni podaci: $E_1 = 12V, R_1 = 3\Omega, E_2 = 24V, R_2 = 8\Omega, E_3 = 96V, R_3 = 24\Omega$.

$$U_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} \quad U_{ab} \cdot \frac{12}{24} = 4 + 3 + 4 = 11$$

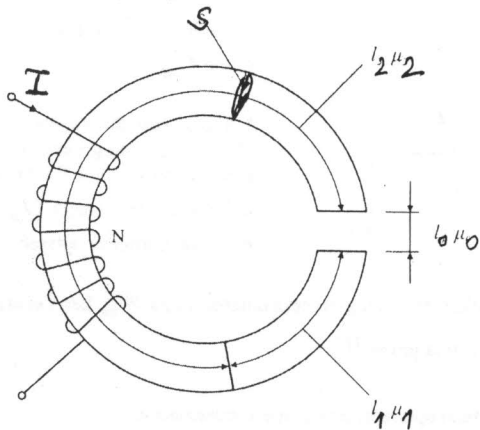
$$U_{ab} = 22 V$$

$$E_T = U_{ab} = 22 V \quad ; \quad \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad R_T = 2 \Omega$$

* $R_x = R_T = 2 \Omega \rightarrow$ uz jednačinu odredimo maksimalnu snagu

$$I_{ab} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} = 11 A$$

3. (20 poena) Magnetno kolo u obliku tankog prstena poprecnog preseka S čine delovi dužine l_0, l_1, l_2 sa odgovarajućim

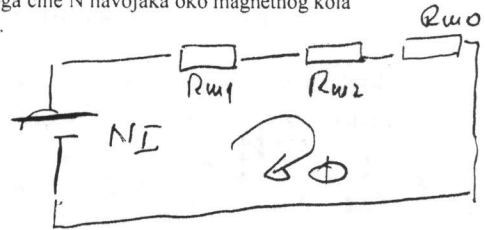


magnetnim permeabilitetima μ_0, μ_1, μ_2 . Oko prstena je ravnomerno gusto namotano N navojaka žice kroz koje je propuštena struja I .

*Nacrtati šemu električnog kola koje predstavlja analogiju sa zadatim magnetnim kolom i navesti koje su magnetne veličine u magnetnom kolu analogne električnoj struji, električnom otporu i električnom naponu u električnom kolu.

*Pretpostavljajući da ne postoji rasipanje magnetnog polja izvan prostora prstena napisati izraz za magnetni fluks u prstenu.

*Polazeći od definicije sopstvene induktivnosti izvesti izraz za induktivnost električnog kola koga čine N navojaka oko magnetnog kola prstena.



EA. KOLKO	MAGNETNO KOLKO
E	NI
$R = \frac{\rho l}{S}$	$R = \frac{l}{\mu S}$
I	Φ

$$\Phi = \frac{NI}{R_{m1} + R_{m2} + R_{m0}}$$

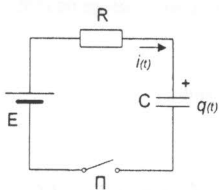
$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_1 S}; \quad R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_2 S}; \quad R_{m0} = \frac{l_0}{\mu_0 S}$$

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N^2}{R_{m1} + R_{m2} + R_{m0}}$$

4. (15 poena) U RC kolu jednosmerne struje prelazni proces započinje uključivanjem prekidača Π . Kondenzator nije bio prethodno opterećen. Odrediti zakon promene naelektrisanja kondenzatora $q(t)$ u toku prelaznog procesa kao i struje u kolu $i(t)$.

* Skicirati dijagram vremenskih promena $q(t)$ i $i(t)$ od trenutka uključivanja prekidača do uspostavljanja stacionarnog stanja.

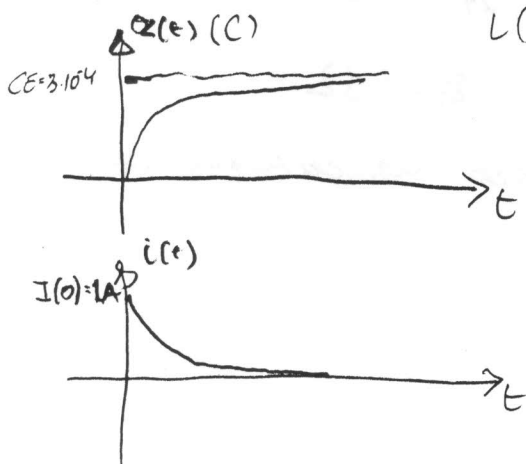
Poznati podaci o kolu su: $E = 30V, C = 10\mu F, \tau = 3 \cdot 10^{-4} s$



$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^{-6}} = 30 \Omega$$

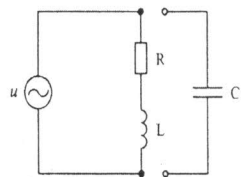
$$q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 3 \cdot 10^{-4} (1 - e^{-\frac{t}{3 \cdot 10^{-4}}}) [C]$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 e^{-\frac{t}{3 \cdot 10^{-4}}}$$



5. (30 poena) U kolu naizmenične struje potrošač čine redno vezani otpornik otpornosti $R = 5 \cdot \sqrt{3} [\Omega]$ i induktivnost $L = 5 [mH]$ Između krajeva potrošača deluje naizmenični napon $u(t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \sin(1000t) [V]$.

- * Izračunati kompleksnu vrednost impedanse potrošača i njenu efektivnu vrednost.
- * Izračunati efektivnu vrednost struje kroz potrošač, odrediti aktivnu i reaktivnu komponentu te struje kao i fazni pomeraj struje u odnosu na napon. Nacrtati fazorski dijagram napona i struje.
- * Odrediti aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu potrošača.
- * Izračunati kapacitet kondenzatora koga treba vezati u paralelu sa potrošačem da bi struja u liniji bila u fazi sa naponom napajanja.



$$\bar{Z} = R + j\omega L = 5\sqrt{3} + j'1000 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\bar{Z} = 5\sqrt{3} + j5 \quad Z = \sqrt{3 \cdot 25 + 25} = \sqrt{100} = 10$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin \varphi = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

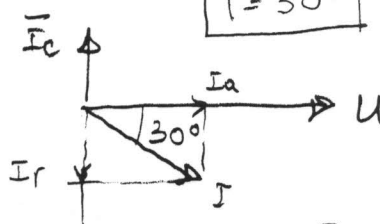
$$I_a = I \cos \varphi = 5\sqrt{3} \text{ A}$$

$$I_r = I \sin \varphi = 5 \text{ A}$$

$$P_a = UI \cos \varphi = 500\sqrt{3} \text{ W}$$

$$P_r = UI \sin \varphi = 500 \text{ var}$$

$$P_p = UI = 1000 \text{ VA}$$



* struja kroz kondenzator treba da bude jednaka reaktivnoj struji kroz induktivnost

$$I_c = U\omega C = I_r \Rightarrow C = \frac{I_r}{U\omega} = \frac{5}{100 \cdot 1000} = 50 \mu\text{F}$$

6. (15 poena) U rednom RLC kolu naizmenične struje uspostavljena je fazna rezonancija. Vrednosti parametara opterećenja u ovom slučaju su $R = 1 [\Omega]$, $L = 25 [mH]$, $C = 10 [\mu F]$. Efektivna vrednost napona napajanja je $U = 5 [V]$.

* Izračunati rezonantnu kružnu učestanost $\omega_r \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$.

* Izračunati efektivnu vrednost struje u rezonantnom kolu, kao i napone na elementima R, L, C.

* Izračunati faktor dobrote pri rezonanciji.

* Uzimajući da je napon napajanja postavljen duž faze ose, skicirati položaj fazora napona na otporniku, napona na kondenzatoru i napona na induktivitetu.

$$\omega_r^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{25 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = \frac{10^8}{25} \Rightarrow \omega_r = \sqrt{\frac{10^8}{25}} = \frac{10^4}{5} = 2000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5}{1} = 5 \text{ A}$$

$$U_R = U = 5 \text{ V}$$

$$U_L = \omega_r L I = 2 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 5 = 250 \text{ V}$$

$$U_C = U_L = 250 \text{ V}$$

