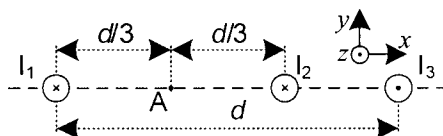


DRUGI KOLOKVIJUM IZ ELEKTROTEHNIKE

23. januar 2017.

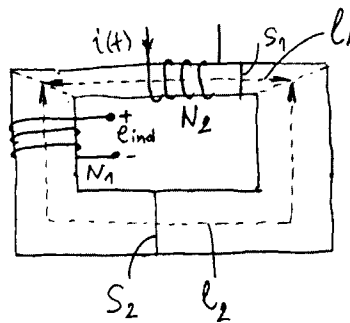
GRUPA 1

1. Na Slici 1 je prikazan poprečni presek tri beskonačno dugačka paralelna provodnika kroz koje protiču struje intenziteta $I_1 = I$, $I_2 = 5I$ i $I_3 = 2I$ u označenim smerovima. Provodnici se nalaze u vazduhu u istoj ravni. Odrediti i nacrtati rezultujući vektor magnetne indukcije u tački A. (6 poena)



Slika 1

2. U kolu na Slici 2 prikazano je magnetno kolo sa dva namotaja. Namotaj sa N_1 navojaka je otvorenih krajeva, a kroz namotaj sa N_2 navojaka protiče struja konstantnog intenziteta $i(t) = I$. Jezgro je homogeno i sastoji se iz dva dela površina poprečnog preseka S_1 i S_2 , čije dužine srednjih linija iznose l_1 i l_2 . Permeabilnost jezgra iznosi μ .



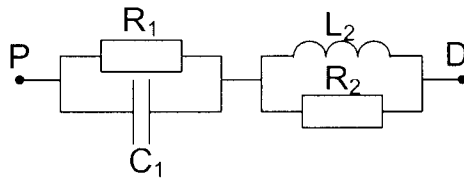
Slika 2

- a) Odrediti intenzitet vektora jačine magnetnog polja u delu jezgra dužine l_1 . (6 poena)
- b) Odrediti međusobnu induktivnost namotaja. (4 poena)
- c) Odrediti elektromotornu silu indukovanu na krajevima namotaja sa N_1 navojaka. (4 poena)

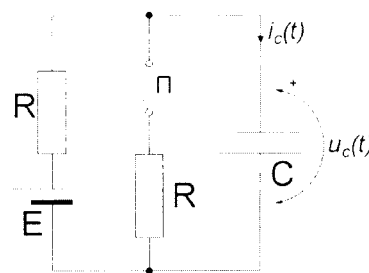
3. Na potrošaču nepoznate impedanse poznate su trenutne vrednosti napona $u(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t - \pi/2)$ V i struje $i(t) = 4 \sin(1000t - 3\pi/4)$ A.

- a) Odrediti kompleksnu impedansu potrošača. (4 poena)
- b) Odrediti aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu potrošača. (4 poena)
- c) Nacrtati fazorski dijagram struje i napona na impedansi. (2 poena)
- d) Ako se paralelno potrošaču priključi kondenzator kapacitivnosti $C = 5 \mu\text{F}$, odrediti faktor snage celokupnog potrošača. (5 poena)

4. Izračunati kompleksnu vrednost impedanse \bar{Z}_{PD} između tačaka P i D na Slici 3. Da li je impedansa sa Slike 3 pretežno kapacitivna ili induktivna? Poznato je: $R_1 = 10 \Omega$, $C_1 = 5 \mu\text{F}$, $R_2 = 4 \Omega$, $L_2 = 400 \mu\text{H}$, $\omega = 10^4 \text{ rad/s}$. (5 poena)



Slika 3

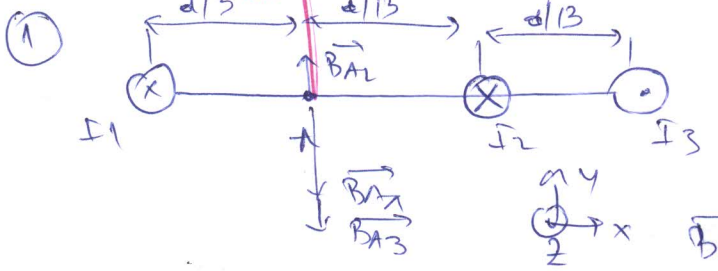


Slika 4

5. Na sistem trofaznog napona $3 \times 100\sqrt{3} \text{ V}$, 50Hz priključen je simetričan trofazni potrošač povezan u zvezdu sa kompleksnom impedansom svake faze $\bar{Z} = 5 \cdot e^{-j\pi/4} \Omega$. Odrediti efektivnu vrednost linijske struje i reaktivnu snagu potrošača. (8 poena)

6. U kolu na Slici 4 poznate su vrednosti elemenata: $E = 10 \text{ V}$, $R = 5 \Omega$ i $C = 1 \text{ mF}$. Prekidač Π je zatvoren i u kolu je uspostavljeno stacionarno stanje. U trenutku $t = 0$, prekidač se otvara. Odrediti izraz za napon i struju kondenzatora nakon otvaranja prekidača i nacrtati odgovarajuće vremenske dijagrame. (12 poena)

GRUPA 1



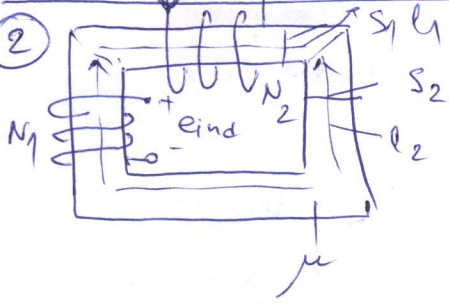
$$\vec{B}_A = \vec{B}_{A1} + \vec{B}_{A2} + \vec{B}_{A3}$$

$$\vec{B}_{A1} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \vec{e}_y = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot \frac{d}{3}} \vec{e}_y = -\frac{3\mu_0 I_1}{2\pi d} \vec{e}_y$$

$$\vec{B}_{A2} = +\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \vec{e}_y = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot \frac{d}{3}} \vec{e}_y = \frac{3\mu_0 I_2}{2\pi d} \vec{e}_y = \frac{15\mu_0 I_2}{2\pi d} \vec{e}_y$$

$$\vec{B}_{A3} = -\frac{\mu_0 I_3}{2\pi d} \vec{e}_y = -\frac{\mu_0 I_3}{2\pi \cdot \frac{d}{3}} \vec{e}_y = -\frac{3\mu_0 I_3}{2\pi d} \vec{e}_y = -\frac{3\mu_0 I_3}{2\pi d} \vec{e}_y$$

$$\vec{B}_A = -\frac{3\mu_0 I_1}{2\pi d} \vec{e}_y + \frac{15\mu_0 I_2}{2\pi d} \vec{e}_y - \frac{3\mu_0 I_3}{2\pi d} \vec{e}_y = \frac{9\mu_0 I_2}{2\pi d} \vec{e}_y = \vec{B}_A$$



a) $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = N_2 i(t)$$

$$\frac{B_1 l_1}{\mu} + \frac{B_2 l_2}{\mu} = N_2 i(t)$$

$$\frac{\phi l_1}{\mu S_1} + \frac{\phi l_2}{\mu S_2} = N_2 i(t)$$

$$\phi = \frac{\mu N_2 i(t)}{\frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2}}$$

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu} = \frac{\phi}{\mu S_1} = \frac{N_2 i(t)}{l_1 + l_2 \frac{S_1}{S_2}}$$

b) $L_{21} = L_{12} = \frac{N_1 \phi}{i(t)}$

$$L_{21} = \frac{N_1 N_2 \mu}{\frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2}}$$

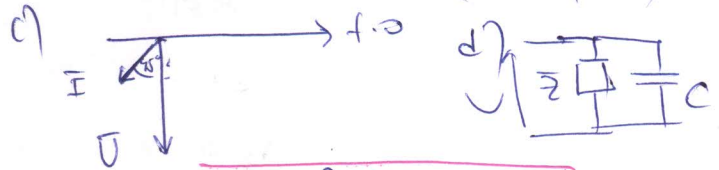
c) $e_{ind} = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$ $i(t) = I$

$$e_{ind} = -\frac{N_1 N_2 \mu}{\frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2}} \frac{di(t)}{dt} = 0$$

3) a) $u(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t - \pi/2) \Rightarrow \vec{U} = 100 e^{-j\pi/2}$
 $i(t) = 4 \sin(1000t - 3\pi/4) \Rightarrow \vec{I} = \frac{4}{\sqrt{2}} e^{-j3\pi/4}$
 $\vec{Z} = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = \frac{100}{\frac{4}{\sqrt{2}}} \frac{e^{-j\pi/2}}{e^{-j3\pi/4}} = 25\sqrt{2} e^{j\pi/4} \Omega$

b) $\vec{S} = \vec{U} \vec{I}^* = \frac{400}{\sqrt{2}} e^{-j\pi/2} e^{j3\pi/4} = \frac{400}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4}$

$$\vec{S} = \frac{400}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = (200 + j200) \text{ VA} \Rightarrow P = 200 \text{ W}, Q = 200 \text{ VAR}, S = 200\sqrt{2} \text{ VA}$$



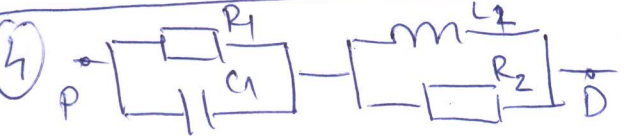
$$\cos \varphi = \frac{P_{\text{umpravo}}}{S_{\text{umpravo}}} = 0,8$$

$$Q_C = -C\omega U^2 = -5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 10^4 = -50 \text{ VAR}$$

$$Q_{\text{umpravo}} = Q + Q_C = 150 \text{ VAR}$$

$$P_{\text{umpravo}} = P + P_C = 200 \text{ W}$$

$$S_{\text{umpravo}} = \sqrt{P_{\text{umpravo}}^2 + Q_{\text{umpravo}}^2} = 250 \text{ VA}$$

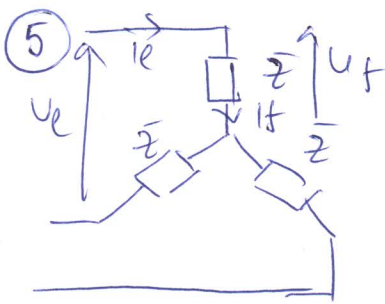


$$\vec{Z}_{PD} = \vec{Z}_{e1} + \vec{Z}_{e2} = \frac{\vec{Z}_{e1} R_1}{\vec{Z}_{e1} + R_1} + \frac{\vec{Z}_{e2} R_2}{\vec{Z}_{e2} + R_2}$$

$$\vec{Z}_{PD} = \frac{-j20 \cdot 10}{-j20 + 10} + \frac{j4 \cdot 4}{j4 + 4} = \frac{-j20(1+j)}{1-j2} + \frac{j4(1-j)}{1+j} = 4(2-j) + 2(1+j)$$

$$\vec{Z}_{PD} = (10 - 2j) \Omega$$

\Rightarrow PRETEŽNO JE KAPACITIVAN $\text{Im} \vec{Z}_{PD} < 0$



$$U_l = 100\sqrt{3} \text{ V}$$

$$\bar{Z} = 5e^{-j\pi/4} \Omega$$

$$Z = |\bar{Z}| = 5 \Omega$$

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = 100 \text{ V}$$

$$I_f = \frac{U_f}{Z} = \frac{100}{5} = 20 \text{ A}$$

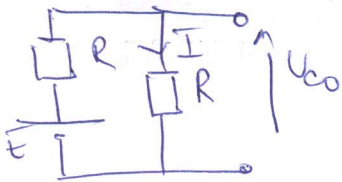
$$I_l = I_f = 20 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \varphi = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow Q = 3U_f I_f \sin \varphi = -3 \cdot 100 \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Q = -3\sqrt{2} \text{ kVAR}$$

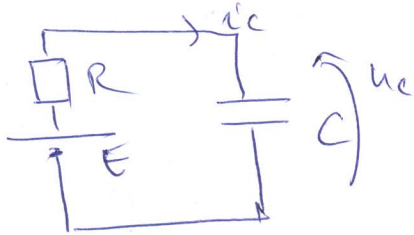
⑥ POGLEDATI REŠENJE ZADATKA N.9 UZBIRKI ZADATKA
 Π → ZATVOREN



$$I = \frac{E}{R+R} = \frac{E}{2R}$$

$$U_{00} = R \cdot I = \frac{R \cdot E}{2R} = \frac{E}{2} = 5 \text{ V}$$

Π → OTVOREN



$$E - R i_c(t) - u_c(t) = 0$$

$$E - R e \frac{d u_c(t)}{dt} - u_c(t) = 0$$

$$\frac{d u_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{R e} = \frac{E}{R e}$$

$$i_c(t) = C \frac{d u_c(t)}{dt}$$

$$u_c(t) = A e^{-t/\tau} + B$$

$$u_c(t) = -\frac{E}{2} e^{-t/\tau} + E = E \left(1 - \frac{1}{2} e^{-t/\tau}\right) = 10 \left(1 - \frac{1}{2} e^{-t/\tau}\right) \text{ [V]}$$

$$i_c(t) = C \frac{d u_c(t)}{dt} = C e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}} = \frac{C E}{2 \cdot R e} e^{-t/\tau}$$

$$i_c(t) = \frac{E}{2R} e^{-t/\tau} = 1 \cdot 10^{-t/\tau} \text{ [A]}$$

$$\tau = R e = 5 \text{ ms}$$

$$e = \frac{E}{R e}$$

$$B = K \cdot \tau = E$$

$$A + B = U_{00} \Rightarrow A = U_{00} - B$$

$$A = \frac{E}{2} - E = -\frac{E}{2}$$

