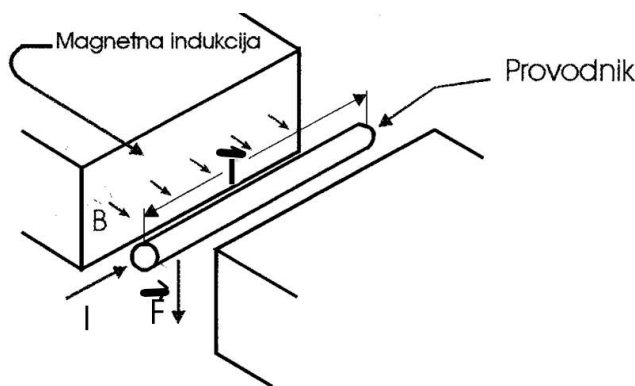


# 1 Električne mašine jednosmerne struje

## 1.1 Principi i zakonitosti rada

Električne obrtne mašine predstavljaju važan deo naprava za elektromehaničko pretvaranje energije. Posmatrajući uopšteno, takva naprava predstavlja kompleksan sistem koji uključuje mehanički i električni podsistem kao i sprežno polje koje ih povezuje i koje je u direktnoj vezi sa pretvaranjem energije iz jednog oblika u drugi. U slučaju električnih mašina sprežno polje je magnetno polje a prirodne pojave izražene kroz osnovne zakone magnetizma, predstavljaju vezu između dva sistema i omogućavaju pretvaranje energije iz jednog oblika u drugi. Najvažnije prirodne pojave na kojima je zasnovan rad svih obrtnih mašina su dva zakona elektromagnetizma koja povezuju električne veličine, električnu struju i elektromotornu silu sa mehaničkim veličinama, silom i brzinom. – Laplasov zakon o dejstvu mehaničke sile na provodnik sa strujom u magnetnom polju se za slučaj pravolinijskog provodnika dužine  $l$  sa strujom intenziteta  $I$  u homogenom magnetnom polju indukcije  $B$ , formuliše pomoću sledećeg vektorskog izraza:

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$



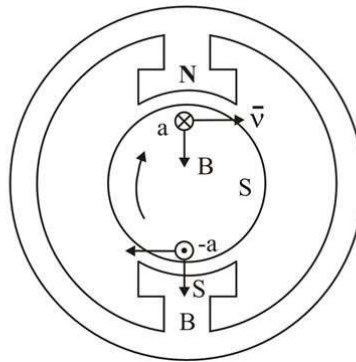
Slika 12: Dejstvo sile na provodnik sa strujom u magnetnom polju

Vektor  $\vec{l}$  je određen pravcem provodnika, smerom struje u provodniku, dok mu je intenzitet jednak dužini provodnika u magnetnom polju indukcije. Kako vektori  $\vec{l}$  i  $\vec{B}$  određuju ravan, njihov vektorski proizvod će predstavljati vektor koji je normalan na tu ravan a smer mu je određen smerom desnog zavrtnja pri rotaciji  $\vec{l}$ , za manji ugao, do poklapanja sa  $\vec{B}$ . Intenzitet sile koja deluje na provodnik proporcionalna je sinus u ugla između ovih vektora. Dejstvo sile na provodnik sa strujom u homogenom magnetnom polju prikazano je na slici 12. Kod obrtnih mašina provodnici sa strujom raspoređeni su po obimu rotora tako da sa pravcem magnetnog polja zaklapaju ugao od  $90^\circ$  što čini da je intenzitet sile koja deluje na provodnik maksimalan. Ako je radijalno rastojanje provodnika od središta rotora  $r$  tada je intenzitet obrtnog momenta  $M = Fr_{rot} = IBlr_{rot}$ . Ukupni obrtni momenat svih provodnika nalazi se kao algebarski zbir parcijalnih momenata pojedinih provodnika. Kako je obrtni momenat nastao elektromagnetnim delovanjem naziva se elektromagnetni obrtni momenat. Kretanje provodnika u magnetnom polju prouzrokuje pojavu elektromotorne sile između njegovih krajeva. Ova pojava se tumači uz pomoć zakona elektromagnetske indukcije koji se

formuliše vektorskim izrazom:

$$e = \vec{l}(\vec{v} * \vec{b})$$

Maksimalna indukovana ems ima se kada je pravac vektora brzine normalan na pravac vektora magnetnog polja a njihov vektorski proizvod kolinearano sa vektorom  $\vec{l}$ . U slučaju aksijalno raspoređenih provodnika po obodu rotora i polja statora čiji je pravac normalan na pravac provodnika rotora, indukovane elektromotorne sile na krajevima provodnika se sabiraju. Intenzitet rezultujuće elektromotorne sile na krajevima redno vezanih provodnika je algebarski zbir indukovanih ems na krajevima pojedinačnih provodnika. Tipičan primer kretanja provodnika u takvom magnetnom polju ilustriran je na 13



Slika 13: Kretanje provodnika rotora u magnetnom polju statora

Kako je za obrtno kretanje karakteristična veličina, ugaona brzina  $\omega = \frac{v}{r_{rot}}$  to se intenzitet indukovane ems po provodniku koji se obrće u homogenom magnetnom polju može izraziti kao:

$$e = Blr_{rot}\omega \quad (1)$$

Principi delovanja sile na provodnik sa strujom u magnetnom polju i generisanja elektromotorne sile su reverzibilni. Naime, delovanje sile na provodnik sa strujom u magnetnom polju prouzrokuje kretanje tog provodnika (motorno dejstvo) što dovodi do pojave elektromagnetske indukcije i indukovanja ems na krajevima provodnika sa strujom (generatorsko dejstvo).

## 1.2 Osnovni sklopovi i njihova uloga u radu električne mašine

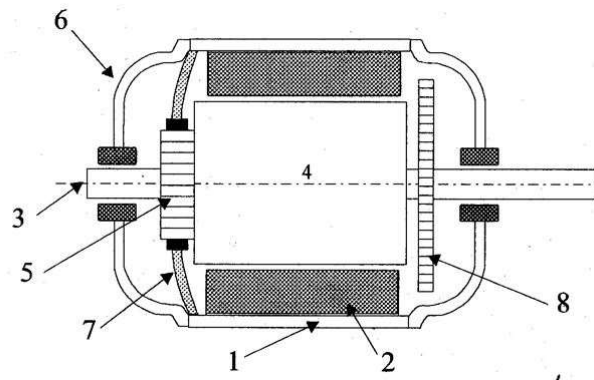
Na slici 14 je prikazan uprošćen presek jedne mašine jednosmerne struje. Osnovni sklopovi su:

- kućište statora sa polovima elektromagneta koji predstavljaju induktor -(1,2);
- rotor ili indukt sa kolektorom na zajedničkom vratilu- (3,4,5);
- poklopci sa ležištima za vratilo -(6);
- držač grafitnih dirki (7);

- ventilator montiran na vratilu (8).

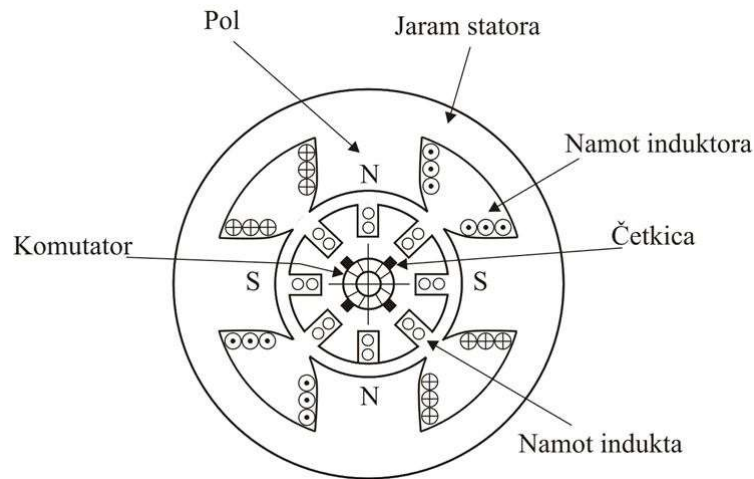
Prema električnoj ulozi osnovni delovi svake mašine jednosmerne struje su:

- induktor;
- indukt; kolektor ili komutator.



Slika 14: Uprošćen osni presek mašine jednosmerne struje

Prostor između indukta i induktora naziva se međugvožđe i karakteriše se jakim magnetnim poljem koje je potrebno da bi magnetna indukcija pod jednim magnetnim polom bila homogena. Poprečni presek jedne mašine prikazan je na slici 15



Slika 15: Poprečni presek četvoropolne mašine jednosmerne struje

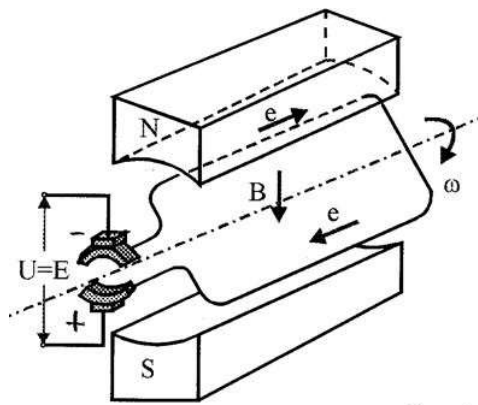
### 1.2.1 Induktor

Zadatak induktora je da stvori jako magnetno polje kroz koje će se kretati provodnici koji su smešteni na induktu. Induktor je sačinjen od jednog ili više pari elektromagneta koji su dijametralno raspoređeni po unutrašnjem obimu statora i koji se pobuđuju jednosmernom

strujom kroz namotaje elektromagneta. Intenzitet magnetnog polja je direktno proporcionalan proizvodu broja navojaka elektromagneta i struje kroz njih. Ovaj proizvod je, po analogiji sa elektromotornom silom, nazvan magnetno pobudna sila ili magnetni napon. Ako se pobuđivanje vrši iz električnog izvora nezavisnog od električnog izvora za napajnje rotora onda se kaže da je mašina sa nezavisnom pobudom. Elektromagneti induktora nose naziv glavni polovi i grade se od paketa izolovanih limova izrađenih od specijalnog čelika. To daje mogućnost da se za istu vrednost magnetno pobudne sile dobije magnetni fluks koji je više stotina puta veći od onog koji bi se imao da su polovi izrađeni od materijala koji nemaju izražena feromagnetna svojstva. Broj polova je obavezno paran i oni su raspoređeni duž obima statora naizmenično u redosledu – severni, južni, severni, južni,... U električnim šemama induktor električne mašine jednosmerne struje se predstavlja kao otpornik otpornosti koju bi izmerili između krajeva namotaja induktora.

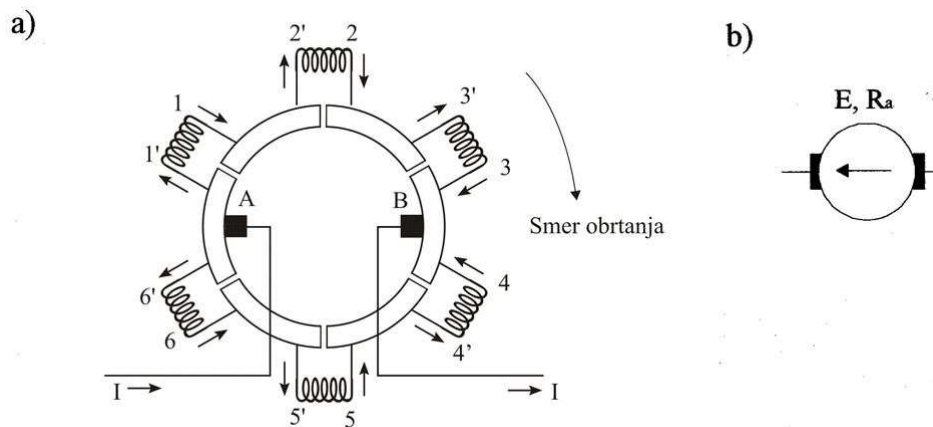
### 1.2.2 Indukt sa kolektorom

Indukt je izrađen od jednog ili više paketa čeličnih limova koji su učvršćeni na vratilu. Po obimu indukta, paralelno sa osom vrtila, nalaze se žlebovi u kojima su smešteni provodnici 15. Kada se indukt okreće u magnetnom polju statora tada se u provodnicima indukuju elektromotorne sile koje su naizmenične, jer kad se provodnik kreće onda indukovana elektromotorna sila ispod severnog pola ima jedan smer a ispod južnog suprotan smer kao što je prikazano na slici 16



Slika 16: Princip kretanja provodnika rotora u magnetnom polju statora

Ako mašina ima  $p$  pari polova tada će u toku jednog punog obrta indukovana elektromotorna sila, promeniti smer  $p$  puta. Da bi se dobila jednosmerna elektromotorna sila, glavnu ulogu ima kolektor, čiji je zadatak da ove naizmenične elektromotorne sile grupiše i menja, tako da je napon između ugljenih dirki držača četkica stalnog smera, kao što je prikazano na slici 16. Prema tome svi provodnici indukta vezuju se međusobno preko kolektora koji u fizičkom smislu predstavlja cilindar sa osnovom od izolacionog materijala u koji su umetnuti međusobno izolovani segmenti, lamele, od provodnog materijala, najčešće bakra. Uprošćen poprečni presek kolektora sa vezama namotaja i smerovima struja kroz iste prikazan je na slici 17.



Slika 17: a) uprošćen poprečni presek kolektora sa vezama namotaja rotora b)) simbol indukta mašine jednosmerne struje u električnim šemama

Da bi dejstvo elektromagnetnih sila rezultiralo obrtnim elektromagnetnim momentom potrebno je da delovi namotaja označeni  $1', 2', \dots, 6'$  budu ispod jedne vrste, a delovi namotaja označeni sa  $1, 2, \dots, 6$  budu ispod druge vrste magnetnih polova mašine. Nakon jedne šestine obrtaja u odnosu na trenutni položaj namotaja na slici struja u namotajima  $3-3'$  i  $6-6'$  će promeniti smer. Prolaskom ispod dirke kolektora smer struje pojedinih navojaka se takođe menja, međutim dejstvo kolektora je takvo da u prostoru ispod pojedinih polova statora struja ima uvek isti smer pa je time stvoren uslov za produkciju momenta stalnog smeru. Prethodno razmatranje odnosilo se na smerove struja u navojnim delovima rotora. Međutim, slično razmatranje se može izvesti i za indukovane elektromotorne sile i analognu ulogu kolektora. Električni parametri indukta su elektromotorna sila i otpornost indukta slika 17 b. Napomenimo da se u motornom režimu rada, elektromotorna sila mašine jednosmerne struje naziva kontraelektromotorna jer je suprotstavljena naponu električnog izvora na koji je mašina priključena.

### 1.2.3 Osnovni izrazi elektromehaničke konverzije mašine jednosmerne struje

Koristeći opšte principe rada obrtnih mašina jednosmerne struje izvešćemo izraze za osnovne veličine koje karakterišu rad mašine jednosmerne struje, kao što su momenat i elektromotorna sila, u zavisnosti od konstruktivnih parametara mašine. Izraz za elektromotornu silu mašine jednosmerne struje izvešćemo polazeći od osnovne jednačine 1. Magnetna indukcija  $B$  može se izraziti u funkciji fluksa po polu mašine i odgovarajuće površine ispod magnetnog pola:

$$B = \frac{\Phi}{S} [T]$$

$$S = \frac{2\pi l r_{rot}}{p}$$

Gde je:

- $r_{rot}$  je poluprečnik rotora,

- $l$  dužina provodnika u magnetnom polju indukcije  $B$ ,
- $p$  broj polova mašine.

Elektromotorna sila indukovana na krajevima provodnika je:

$$E' = \frac{\Phi p \omega}{2\pi} [V] \quad (2)$$

Ako je  $N$  broj provodnika i  $a$  broj paralelnih grana provodnika rotora tada je :

$$E = \frac{N}{a} E' = \frac{Np}{2\pi a} \Phi \omega \quad (3)$$

U izrazu 3 je  $\frac{Np}{2\pi a}$  je konstanta jer zavisi od konstruktivnih parametara mašine pa se umesto3 koristi sledeći izraz:

$$E = c_m \Phi \omega; \quad c_m = \frac{Np}{2\pi a} \quad (4)$$

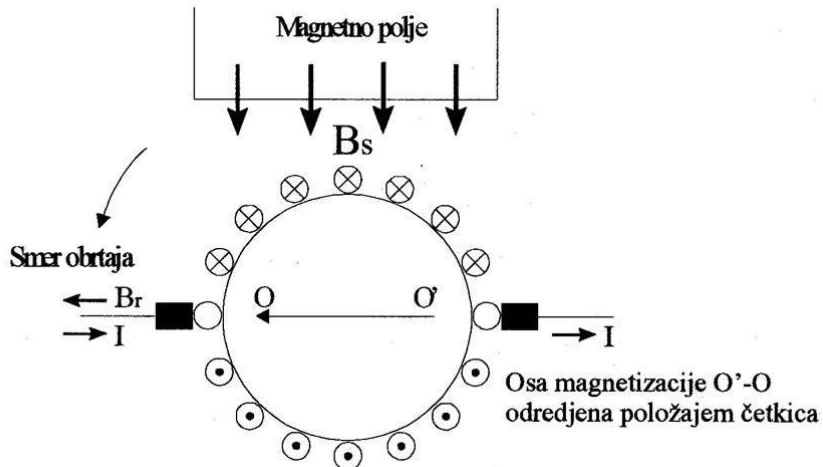
Polazeći od osnovnog izraza za moment sile koji deluje na provodnik sa strujom u magnetnom polju  $M' = Blr_{rot}I_a$  i koristeći postupak koji je primenjen u postupku izvođenja izraza za elektromotornu silu rotora  $E$  dobija se:

$$M = c_m \Phi I_a \quad (5)$$

Gde  $I_a$  predstavlja struju u namotajima indukta. Napon na krajevima rotora u motornom radu mašine veći je od elektromotorne sile za pad napona usled prelaznog i unutrašnjeg otpora rotora  $U_a = E + R_a I_a$ . Kad mašina radi kao generator elektromotorna sila je veća od napona na krajevima rotora, što je posledica promena smera struje u odnosu na motorni režim.

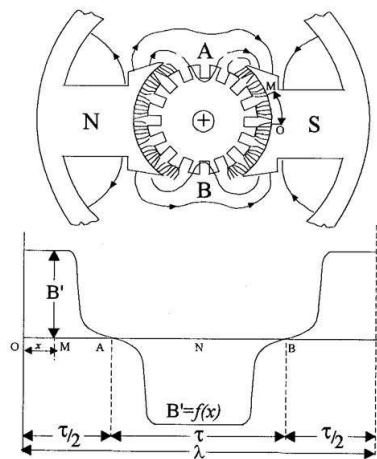
#### 1.2.4 Magnetno polje mašine jednosmerne struje

Kao što je već naglašeno magnetno polje svake električne mašine predstavlja mesto interakcije električnog i mehaničkog podsistema. Magnetno polje statora ima svoju ulogu koja je već objašnjena. Zbog uloge kolektora koja omogućava prostornu nepokretnost smerova struja na obodu, rotora kao što je to prikazano na slici 18, možemo uočiti da to dovodi i do prostorno nepokretnog magnetnog polja rotora čija je osa određena pozicijom ugljenih dirki koje naležu na kolektor.



Slika 18: Uloga kolektora u formiranju magnetnog polja rotora

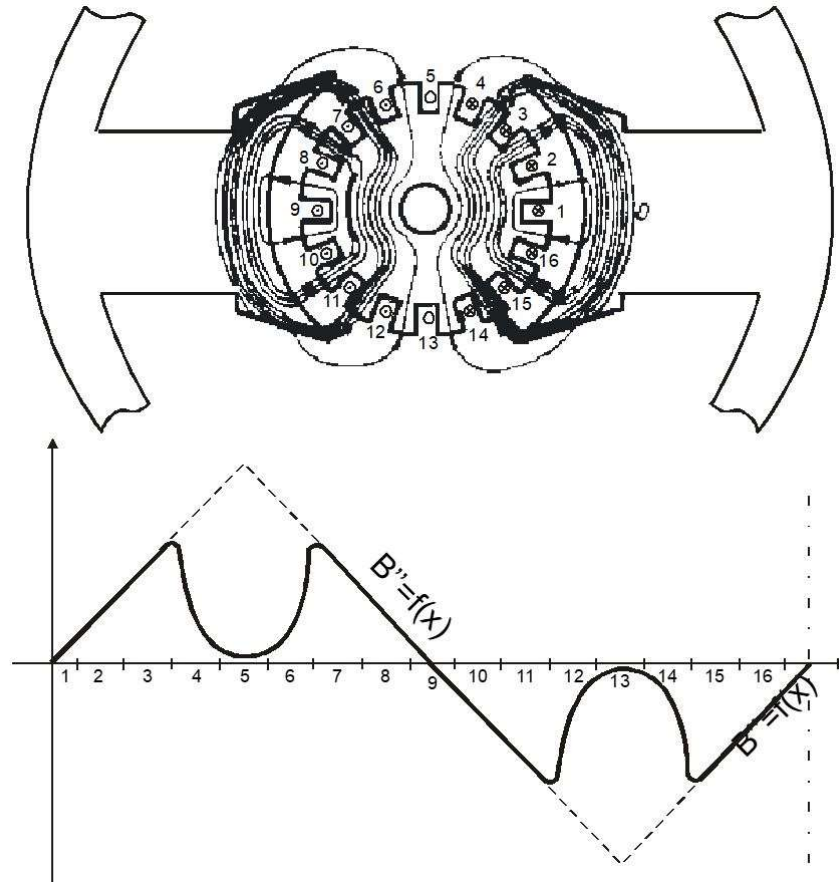
Da bi mašina jednosmerne struje imala podjednake karakteristike u oba smera obrtanja rotora potrebno je da osa magnetnog polja rotora bude pod uglom od  $90^\circ$  u odnosu na osu magnetnog polja statora. Prema tome je određena i pozicija dirki na obodu kolektora. Osa koja određuje položaj dirki na kolektoru električne mašine jednosmerne struje zove se neutralna osa i poklapa se sa osom magnetnog polja rotora. Magnetno polje rotora i statora čine jedinstveno magnetno polje koje ima značajnog uticaja na kvalitet rada mašine. Da bi ovu pojavu razmotrili posmatrajmo najpre magnetno polje statora ili induktora, kada u provodnicima rotora ili indukta nema struje. Pošto je dužina međugvožđa stalna ispod polova induktora, magnetna indukcija ima stalan intenzitet pod magnetnim polom. Od ivice pola prema neutralnoj zoni magnetna indukcija naglo opada i menja smer u neutralnoj zoni, tako da pod suprotnim polom ima jednak intenzitet ali suprotan smer. Ovo je ilustrovano na slici 19.



Slika 19: Magnetno polje statora

Ako bi po apscisi koordinatnog sistema naneli lučnu meru rastojanja od tačke O ispod južnog pola a po ordinati intenzitet magnetne indukcije u međugvožđu dobio bi se grafički

prikaz promene magnetne indukcije duž obima rotora 20 .Od ukupnog magnetnog fluksa induktora najveći deo prodire kroz indukt i taj deo predstavlja koristan fluks. Manji deo fluksa induktora se zatvara kroz vazduh i ne služi osnovnoj svrsi induktora pa se zato naziva rasuti fluks. Konstrukcijom mašine i posebno oblikom polova statora teži se da rasuti fluks bude što je moguće manji, odnosno da je zanemarljiv u odnosu na koristan magnetni fluks.Da bi analizirali magnetno polje indukta, treba uočiti da je usled dejstva kolektora smer struje u provodnicima ispod jednog pola stalan bez obzira na obrtanje rotora. Posmatrajmo sada slučaj kada u provodnicima indukta postoji smer struje kao u realnosti.



Slika 20: Magnetno polje koje stvaraju provodnici rotora kada je stator-induktor nepobuđen

Magnetno polje koje stvaraju provodnici rotora u slučaju nepobuđenog induktora prikazano je na slici 20. Prema Amperovom zakonu intenzitet je srazmeran sa magnetno pobudnom silom koja je zahvaćena zatvorenom konturom magnetnog polja. Idući od tačke O koja se nalazi u osi južnog pola induktora prema ivicama pola broj provodnika indukta sa strujom koji je zahvaćen zatvorenim konturom raste. Pri tom je magnetni otpor fluksu rotorskog polja približno konstantan jer je dužina međugvožđa konstantna sve do rogova magnetnog pola kada se magnetni otpor naglo povećava jer se magnetni fluks u neutralnoj zoni zatvara kroz vazduh tako da magnetna indukcija pada na vrednost koja je bliska nuli. Analogno se može konstruisati i raspodela magnetne indukcije indukta ispod suprotnog pola nepobuđenog induktora. Rezultantno magnetno polje mašine jednosmerne struje se dobija superpozicijom

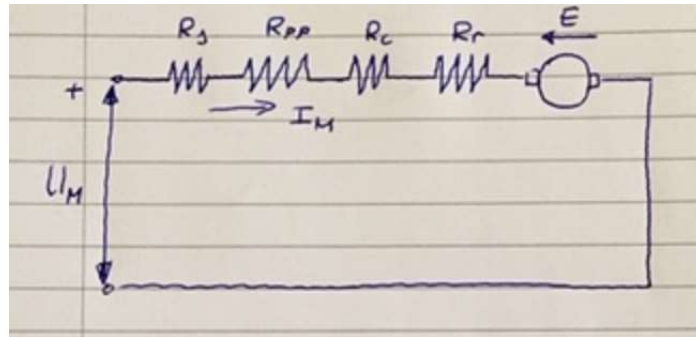


magnetnih polja indukta i induktora i može se znatno razlikovati od korisnog magnetnog polja induktora, kao što je to prikazano na slici ?? Pri tom magnetna polja indukta i induktora imaju isti smer pod rogovima polova u koje provodnici pri obrtanju ulaze a suprotan smer ovih polja ima se pod rogovima polova ispod kojih provodnici izlaze. Dakle pod ulaznim rogovima resultantno polje je pojačano dok je ispod odlazećih rogova polje oslabljeno. Ovakva pojava deformacije korisnog magnetnog polja usled dejstva magnetnog polja indukta naziva se magnetna reakcija indukta. Magnetna reakcija indukta je štetna pojava. U generatorskom režimu rada magnetno polje indukta slabi korisno polje induktora pa prema tome dolazi do smanjenja indukovane elektromotorne sile. Ovo slabljenje elektromotorne sile raste sa porastom intenziteta struje što dovodi do odstupanja spoljnne karakteristike  $E = f(I_a)$  od idealne  $E = U - R_a I_a$ . Druga štetna pojava usled magnetne reakcije indukta vezana je za ugaono pomeranje neutralne ose i pogoršanja uslova komutacije provodnika koji prolaze ispod dirki pomerenih u odnosu na neutralnu osu. Kod mašina čija je snaga nekoliko desetina kW i veća, magnetna reakcija indukta se suzbija tako što se između glavnih polova induktora postavljaju pomoćni polovi kroz koje imamo struju istog intenziteta kao kroz provodnike indukta, ali je smer polja suprotan magnetnom polju indukta.

### 1.3 Vučni motor jednosmerne struje sa redno vezanom pobudom

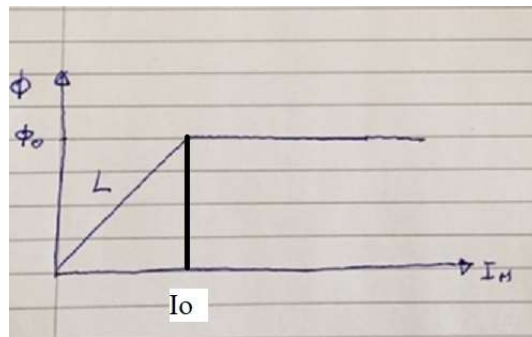
U prethodnom poglavlju dat je prikaz osnova elektromehaničke konverzije motora jednosmerne struje. Važno je uočiti da je konverzija jedino moguća u prisustvu magnetnog polja ko- ga stvaraju namotaji na statoru motora. Ako je ulazna električna snaga motora  $P_{in} = U_{in}I_{in}$  i ako je srednja vrednost indukovane elektromotorne sile u namotajima rotora  $E = k\Phi\omega$  a  $I_r$  struja kroz namotaje rotora tada je snaga konverzije  $P_k = EI_r$ . Kako je elektromagnetni momenat motora  $M = k\Phi I_r$  sledi da je  $P_k = M\omega$

Kod rednog motora jednosmerne struje namotaji statora uključujući glavne i pomoćne mag- netne polove i namotaji rotora sa kolektorom i grafitnim četkicama povezani su na red , ekvivalentna šema ovog motora je prikazana na slici (21).



Slika 21: Električna šema rednog motora jss

Uprošćena karakteristika magnećenja sa dve karakteristične oblasti prikazana je na slici (22).



Slika 22: Uprošćena magnetna karakteristika  $\Phi = f(I_M)$

Sledeće jednačine opisuju karakteristike i rad vučnog motora u stacionarnom režimu.

$$U_M = \sum RI_M + E; \quad \sum R = R_r + R_s + R_{pp} + R_c; \quad E = k\Phi\omega \quad (6)$$

$$\Phi = f(I_M); \quad \Phi = LI_M \quad za I_M \in (0, I_o]; \quad \Phi = \Phi_o; \quad I_M > I_o \quad (7)$$

$$M = k\Phi I_M \quad (8)$$

Kako su namotaji rotora i statora vezani na red sledi da su struje rotora i statora iste, označavamo je sa  $I_M$ . Otpornost u kolu vučnog motora  $\sum R = R_M$  predstavlja zbir otpornosti namotaja statora, namotaja pomoćnih polova, otpornosti grafitnih četkica koje dodiruju kolektor i otpornosti namotaja rotora. Magnetni fluks pod polovima statora je funkcija od struje motora. Prema slici 22 možemo je aproksimirati sa dva izraza. U prvom delu magnetne karakteristike fluks je proporcionalan struji motora sve dok ona ne dostigne graničnu vrednost  $I_o$  kada dalje povećanje struje motora ne dovodi do povećanja magnetnog fluksa. Za oblast magnetne karakteristike sa linearnom zavisnošću fluksa od struje kažemo da je nezasićena. Deo magnetne karakteristike sa približno konstantnom vrednošću fluksa nazivamo oblast magnetne zasićenosti. Koristeći ovakvu aproksimativnu magnetnu karakteristiku mašine možemo dobiti elektro mehaničke karakteristike mašine koje povezuju u funkcionalnu zavisnost jednu mehaničku i jednu električnu veličinu. Najpre odredimo zavisnost momenta od struje motora. Uzimajući u obzir izraz (2) nalazimo:

$$M = kLI_M^2; \quad za I_M < I_o; \quad (9)$$

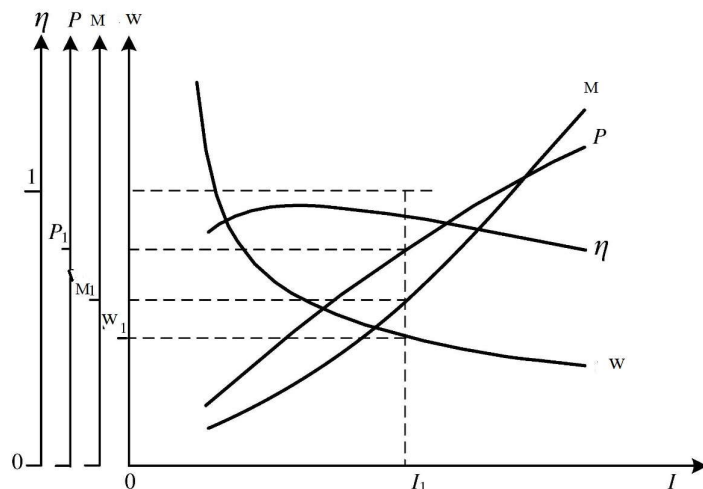
$$M = k\Phi_o I_M; \quad za I_M > I_o \quad (10)$$

Iz izraza (4) i (5) zaključujemo da je zavisnost momenta od struje motora u nezasićenoj oblasti magnetne karakteristike kvadratna dok u zasićenoj oblasti magnetne karakteristike moment motora zavisi linearno od struje motora. Važno je napomenuti da moment ne zavisi od napona na krajevima motora što je od velike važnosti za pokretanje elektrovučnog vozila iz stanja mirovanja. Druga veoma važna elektro mehanička karakteristika je zavisnost  $I_M = f(\omega)$ . U nezasićenom delu magnetne karakteristike gde je  $\Phi = LI_M$  iz (1) sledi hiperbolična zavisnost struje motora od ugaone brzine ako napon na krajevima motora održavamo konstantnim. U oblasti magnetnog zasićenja kad je  $\Phi = \Phi_o = const$  struja motora linearno opada sa rastom brzine sa naponom motora kao parametrom.

$$I_M = \frac{U_M}{\sum R + kL\omega} \quad 0 < I_M < I_o \quad (11)$$

$$I_M = \frac{U_M}{\sum R} - \frac{k\Phi_o\omega}{\sum R} \quad (12)$$

Na slici 23 su prikazane zavisnosti stepena korisnog dejstva  $\eta = f(I_M)$ ;  $P = f(I_M)$ ;  $M = f(I_M)$ ;  $\omega = f(I_M)$



Slika 23: Elektromehaničke karakteristike rednog motora jss pri konstantnom naponu  $U_M = U_{M1}$

Mehanička karakteristika motora određena je zavisnošću  $M = f(\omega)$ . Do ove zavisnosti u linearnoj oblasti magnetne karakteristike dolazimo zamenom (6) u (4) dok za oblast zasićenja zamenom (7) u (5).

$$M = kL \left( \frac{U_M}{\sum R + kL\omega} \right)^2 \quad I_M < I_o; \quad (13)$$

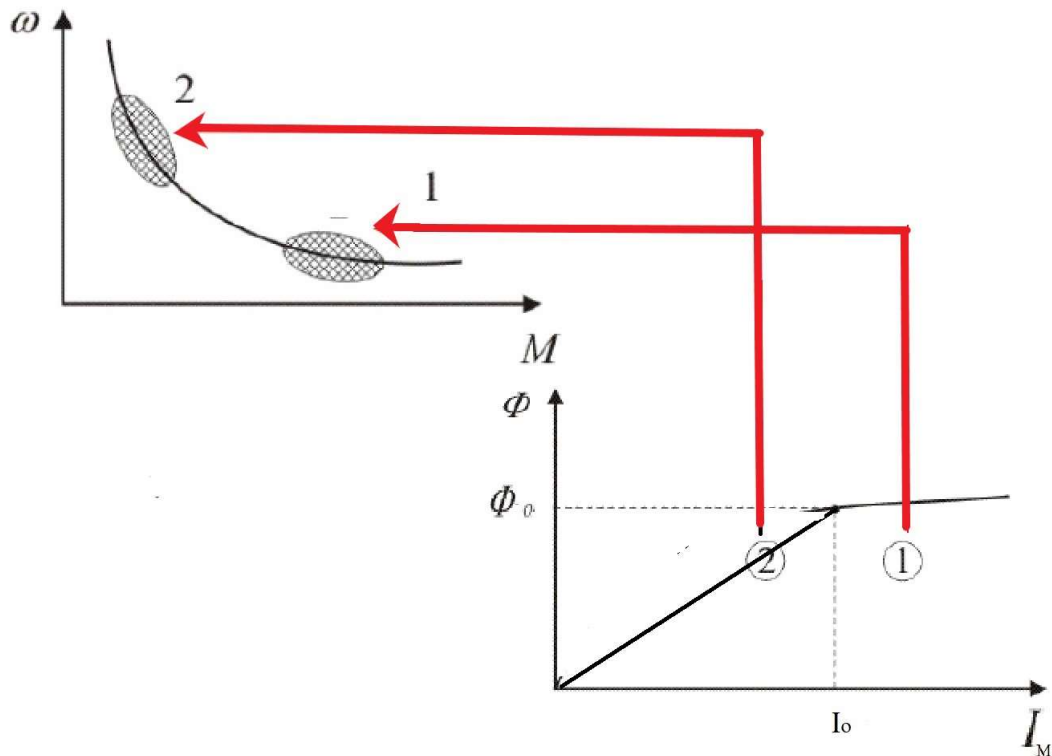
$$M = k\Phi_o \left( \frac{U_M}{\sum R} - \frac{k\Phi_o\omega}{\sum R} \right) \quad I_M > I_o \quad (14)$$

Iz ovih izraza lako se nalaze zavisnosti  $\omega = F(M)$ :

$$\omega = \frac{U_M}{\sqrt{kL}} \frac{1}{\sqrt{M}} - \frac{\sum R}{kL}; \quad I_M < I_o \quad (15)$$

$$\omega = \frac{U_M}{k\Phi_o} - \frac{\sum R}{(k\Phi_o)^2} M; \quad I_M > I_o \quad (16)$$

Izrazi (8) i (9) odnosno (10) i (11) ukazuju na veoma važnu osobinu rednog motora koja je od velikog značaja za njegovu primenu u električnoj vuči. Promenom opterećenja vučnog motora odnosno promenom momenta  $M$  dolazi do promene ugaone brzine  $\omega$  u suprotnom smeru odakle možemo zaključiti da snaga  $P = M\omega$  teži da ostane nepromenjena, dakle promena parametara snage ne dovodi do pojave preopterećenja. Izraz (6) možemo shvatiti na sledeći način: Za struje motora koje su manje od struje  $I_o$  opterećenje koje čini vučni motor možemo posmatrati kao otpornost čija je vrednost linearno zavisna od ugaone brzine motora. Mehanička karakteristika vučnog motora zavisno od oblasti magnetne karakteristike prikazana je na slici (24);



Slika 24: Mehanička karakteristika vučnog motora jss

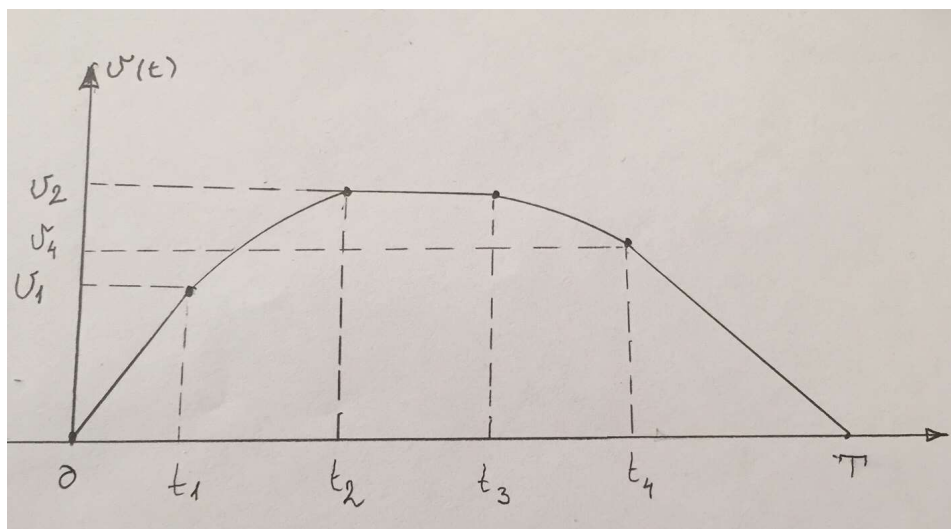
U linearnom delu karakteristike magnećenja male promene momenta proizvode velike promene ugaone brzine dok u zasićenom delu magnetne karakteristike velike promene momenta dovode do malih promena ugaone brzine. Oblast 1 na slici (24) predstavlja tvrdu mehaničku karakteristiku dok oblast (2) predstavlja meku mehaničku karakteristiku.

### 1.3.1 Upravljanje brzinom i momentom vučnog motora

Ulazne veličine kojima se može upravljati momentom i ugaonom brzinom su napon i struja motora. Da bi se na izlazu dobili željeni mehanički parametri, momenat i ugaona brzina, mora se poznavati zavisnost između ulaznih i izlaznih veličina motora. Pri tom je važno uočiti i karakteristične cikluse rada vozila sa električnom vučom. Tri osnovna ciklusa su:

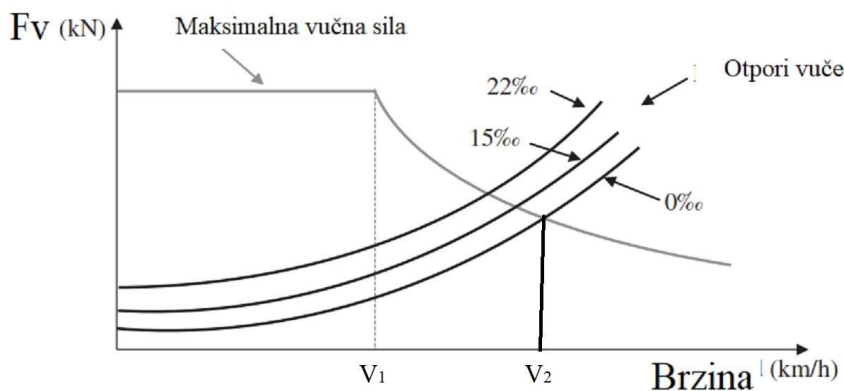
- ubrzavanje do željene brzine vozila,
- vožnja konstantnom brzinom,
- usporavanje do zaustavljanja vozila.

Ova tri ciklusa čine osnovni putni dijagram koji je prikazan na slici:



Slika 25: PUTNI DIJAGRAM

Posmatrajmo jedan karakterističan vučni dijagram lokomotive sa jednosmernim vučnim motorima prikazan na slici (26)



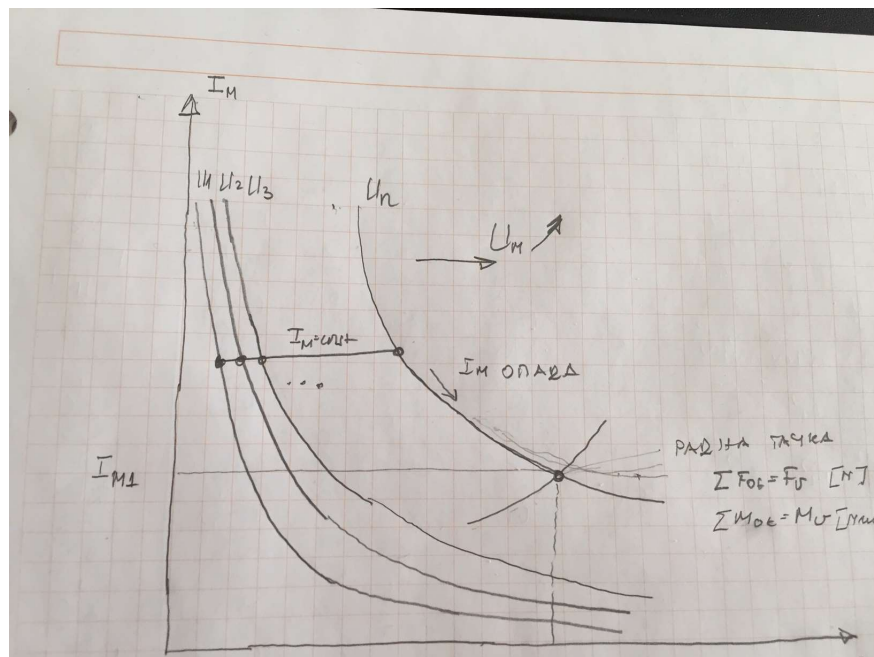
Slika 26: Dijagram vučne sile i otpora vuče pri raznim usponima

Pri pokretanju je vučna sila konstantna, takođe je sila otpora kretanju do brzine  $v_1$  približno konstantna pa važi zaključak da se brzina  $v(t)$  približno linearno povećava do brzine  $v_1$  sa ubrzanjem koje je proporcionalno razlici vučne sile i sile otpora vuče. U delu putnog dijagrama od  $t_1$  do  $t_2$  ubrzanje se smanjuje pošto je snaga električne lokomotive konstantna pa se priraštaj brzine smanjuje. Kada se vrednost vučne sile izjednači sa silom otpora u trenutku  $t_2$  tada je ubrzanje jednako nuli a brzina kretanja je konstantna. Deo putnog dijagrama od  $t_3$  do  $t_4$  odgovara kretanju pod inercijom gde se dostignuta kinetička energija smanjuje pretvarajući se u rad sile kretanja bez energije koja je posledica elektromehaničke konverzije. Ciklus putnog dijagrama od  $t_4$  do zaustavljanja odgovara režimu kočenja koje uvek predstavlja kombinaciju električnog i mehaničkog kočenja što će posebno biti obrađeno i zasad nije u

centru pažnje. Činjenica je da rad vučnih motora u vremenskom intervalu  $(0; t_1)$  karakteriše konstantan obrtni momenat na osovina ma vučnih motora jer je sa vučnom silom povezan faktorom proporcionalnosti koji zavisi od prenosnog odnosa reduktora i prečnika točka pogonskih osovina. Pretpostavimo da se obrtni momenat motora koji odgovara vučnoj sili  $F_v$  sa slike (26) postiže pri struji motora  $I_M > I_o$ . Da bi vrednost momenta održali na konstantnoj vrednosti  $M_M$  u opsegu od pokretanja do ugaone brzine  $\omega_1$  koja odgovara linijskoj brzini  $v_1$  odnosno da bi povećavali ugaonu brzinu od  $\omega = 0$  do  $\omega = \omega_1$  neophodno je povećavati napon na krajevima motora što je i formalno jasno iz formula (9) i (11). Konstantan momenat i linearno rastuća brzina implicira linearno rastuću izlaznu snagu motora. Kada ugaona brzina dostigne vrednost  $\omega_1$  napon na krajevima motora je dostigao svoju finalnu vrednost i zatim ostaje konstantan. A promena brzine i struje se odvija po elektromehaničkoj karakteristici za ovu vrednost konstantnog napona (slika (23)). Brzina se i dalje povećava ali se struja motora smanjuje jer se smanjuje razlika  $U_M - k\Phi\omega$  koja određuje struju motora shodno izrazu (4). Kako je momenat vučnog motora direktno proporcionalan struji motora sledi da uz rast brzine u intervalu  $(t_1; t_2)$  struja i momenat postepeno opadju sve dok se obrtni momenat motora ne izjednači sa momentom opterećenja koji je posledica sile otpora kretanju. Ukoliko se napon vučnog motora ne menja i ukoliko su uslovi na trasi takvi da su sile otpora vuči konstantne brzina ostaje konstantna što odgovara delu putnog dijagrama od  $t_2$  do  $t_3$ . U ovoj lekciji težište je na procesu ubrzavanja do željene brzine. Ukoliko dođe do smanjenja otpora vuče onda će nužno doći i do povećanja brzine pa ako se teži da se brzina održi konstantnom onda će se pribecći smanjenju napona na krajevima motora. Ako tokom vožnje dođe do povećanja otpora vuče, na primer prelazak sa ravne trase na uspon tada je, ukoliko ta mogućnost postoji, neophodno povećavati napon na vučnom motoru. Međutim taj metod nije moguće primeniti preko one vrednosti napona koja je zadata tehničkim karakteristikama vučnog motora pa se maksimum brzine ostvaruje slabljenjem magnetnog polja ako je napon na krajevima motora dostigao svoju tehnički maksimalnu vrednost.

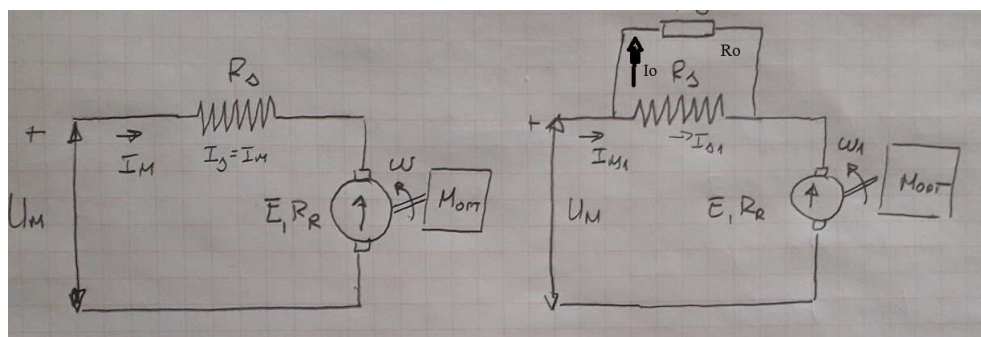
### 1.3.2 Regulisanje brzine primenom slabljenja magnetnog polja

Kad ocenjujemo kvalitet jednog vozila sa električnom vučom, na primer električne lokomotive, važan podatak je opseg regulacije brzine. U dosadašnjem izlaganju utvrdili smo da povećanjem napona na krajevima vučnog motora uz održavanje konstantne struje postizemo ubrzavanje vozila uz istovremeni linearni rast snage. Povećanje snage ide do one vrednosti koja je određena proizvodom konstantne struje i maksimuma napona koji je određen konstruktivnom karakteristikom vučnog motora. Napon se dalje ne može povećavati. Ako je zbirni momenat vučnih motora veći od zbirnog momenta opterećenja prouzrokovanog silama otpora vuče, povećanje brzine će se nastaviti sve dok se ovi momenti ne izjednače. U opisanom procesu, rast brzine praćen je smanjenjem struje motora što odgovara smanjenju momenta vučnih motora. Ravnoteža se dostiže kad se vučna sila koju lokomotiva razvija ne izjednači sa silama otpora vuče (27).



Slika 27: Zavisnosti  $n = f(I_m)$  sa naponima koji rastu u procesu povecanja brzine

Uređenim parom ( $v, F_v$ ) određena je radna tačka u vučnom pasosu koja obuhvata brzinu, vučnu silu i mehaničku snagu  $P = Fv$ . Metod povećanja brzine slabljenjem magnetnog polja motora se koristi za proširenje opsega regulisanja brzine nakon što je iscrpljena regulacija brzine povećanjem napona. Prema tome ovim postupkom regulacije postizemo maksimalne brzine vozila sa konstantnim momentom vučnih motora. Slabljenje polja se postiže tako što se paralelno namotaju statoru vezuje otpornik (shunt=šant) što prouzrokuje da se struja motora sada deli na deo koji prolazi kroz namotaje statora  $I_{s1}$  koja određuje magnetni fluks i deo koji protiče kroz šant  $I_o$ .



Slika 28: Nesantiran pobuda rednog motora (levo) Redni motor sa šantiranom pobudom (desno)

Inače struja statora je i pre i posle slabljenja polja na delu apscise karakteristike magnetćenja gde je magnetni fluks linearno zavisian od struje  $\Phi = LI_s$  zato što u zasićenom delu magnetne karakteristike promena struje ne dovodi do vidljive promene fluksa. Analizirajmo



primer slabljenja polja za slučaj kretanja vučnog vozila konstantnom brzinom dostignutom nakon što je napon na vučnom motoru doveden na svoju maksimalnu vrednost. Ravnoteža pretpostavlja da je sila otpora vuče konstantna i uravnotežena sa vučnom silom. Ako se nakon slabljenja polja pobude sile otpora vuče ne promene neće se ni menjati momenat vučnog motora nakon slabljenja polja. Pošto su zbirni otpori motora  $\sum R$  mali a napon na krajevima motora konstantan onda je i kontraelektromotorna sila motora približno jednaka naponu motora i nepromenjena je nakon slabljenja polja. Ako su pri punom polju strujstatora i motora  $I_s = I_M$  a nakon slabljenja polja struja motora  $I_{M1}$  i struja statora  $I_{s1}$  tada je  $I_{s1} = \frac{R_o}{R_s + R_o} I_{M1}$ .

Količnik  $\frac{R_o}{R_s + R_o} < 1$  nazvaćemo stepen slabljenja polja i i označićemo ga sa  $\alpha$  tako da je  $I_{s1} = \alpha I_{M1}$ .

Uz uslov da je momenat motora pre i posle slabljenja polja uravnotežen sa konstantnim momentom mehaničkog opterećenja koristeći (4) dobijamo vezu između struja motora pre i posle slabljenja polja:

$$I_{M1} = \frac{I_M}{\sqrt{\alpha}} \quad (17)$$

Ako sa  $\omega$  označimo ugaonu brzinu motora pre slabljenja polja a sa  $\omega_1$  ugaonu brzinu nakon slabljenja polja tada je

$$U_M \approx kL\alpha I_{M1}\omega_1 = kLI_M\omega \quad \omega_1 = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha}} \quad (18)$$

Zaključujući poglavlje o regulisanju brzine vučnog motora jednosmerne struje daćemo postupak određivanja elektromehaničkih karakteristika:

- varirajući napon na krajevima motora  $U_M$  do njegove nominalne vrednosti
- primenjujući slabljenje polja statora nakon dostignutog nominalnog napona.

Relacija koja povezuje dva napona na krajevima motora  $U_{M1}$  i  $U_{M2}$  i odgovarajuće brzine  $\omega_1$  i  $\omega_2$  se nalazi koristeći činjenicu da se struja motora  $I_M$  održava na nepromenjenoj vrednosti.

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{U_{M2} - R_M I_M}{U_{M1} - R_M I_M} \approx \frac{U_{M2}}{U_{M1}} \quad (19)$$

U režimu slabljenja polja statora je  $U_M = U_n = const$  pa je  $\omega_1(I_{M1})$  kriva zavisnosti brzine od tuje motora za motor sa oslabljenim poljem statora. Ako na istom dijagramu nacrtamo zavisnost  $\omega = f(I_M)$  za motor sa punim poljem statora onda je ta kriva ispod krive sa oslabljenim poljem statora. Druga elektromehanička karakteristika se dobija na osnovu:  $M(I_M) = M_1(I_{M1})$ .

Zadatak:

Poznata je zavisnost između ugaone brzine vučnog motora  $\omega$  i struje motora  $I_M$  pri naponu  $U_M = 870V$  koja je zadata sledecom tabelom:

$I_M [A]$	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
$\omega [\frac{rad}{s}]$	196	178	164	155	147	140	136	131	129	126

- Odrediti tabelarnu zavisnost  $\omega = f(I_M)$  kada je napon na motoru  $U_M = 500V$
- Odrediti tabelarnu zavisnost  $\omega_1 = f(I_M)$  nakon slabljenja polja koje je ostvareno tako što je paralelno statoru motora otpornosti  $R_s = 0.2\Omega$  vezan otpornik  $R_o = 0.8\Omega$ . Priblizno skicirati zajednicki grafik ugaone brzine rotora motora u zavisnosti od struje pri punom i oslabljenom polju.

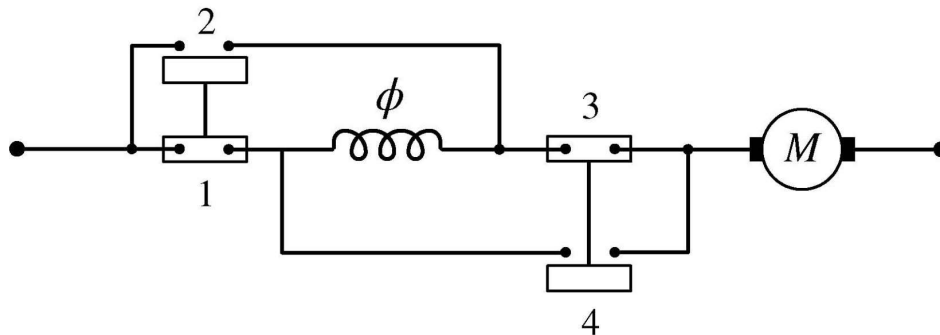
### 1.3.3 Promena smeru kretanja

Da bi realizovali tehničke parametre koje treba realizovati da vučni motor promeni smer obrtanja potrebno je analizirati dve osnovne jednačine elektromehaničke konverzije:

$$M = k\Phi(I_s)I_R; \quad E = k\Phi(I_s)\omega$$

Kod rednog motora jednosmerne struje promena znaka momenta nije moguća promenom smeru napona napajanja jer dolazi do istovremene promene smeru fluksa i smeru struje rotora tako da je njihov proizvod nepromenjen odnosno obrtni moment ima nepromenjen znak. Prema tome promena smeru obrtanja zahteva promenu smeru struje kroz stator pri nepromenjenom smeru struje rotora. Druga opcija podrazumeva promenu smeru struje rotora pri nepromenjenom smeru struje statora. Uređaj koji menja smer obrtanja naziva se reversor 29i on ima dva položaja:

- Položaj napred ostvaruje vezu namotaja rotora i statora sa jednim smerom struje kroz stator i odgovarajućim smerom obrtnog momenta (1,3)
- Položaj nazad ostvaruje vezu namotaja rotora i statora sa suprotnim smerom struje kroz stator suprotnim smerom obrtnog momenta



	1	2	3	4
<b>NAPRED</b>	X		X	
<b>NAZAD</b>		X		X

Slika 29: Princip rada reversora

Postavljanje reversora u određeni smer vrši se pre nego što se vučni motor priključi na napon, odnosno kada je struja motora  $I_M = 0$

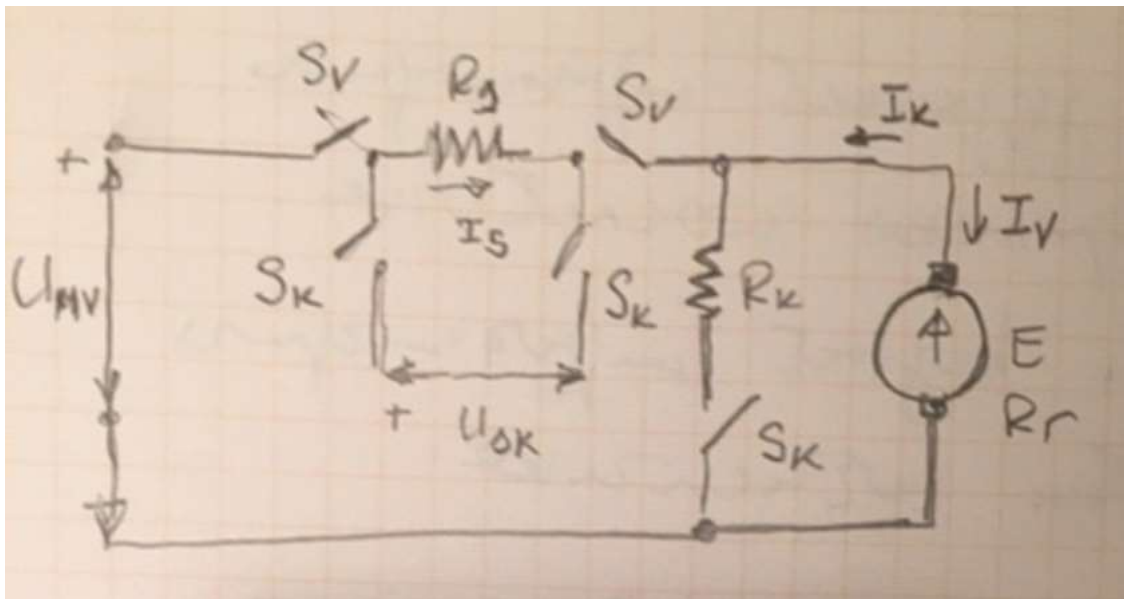
### 1.3.4 Pitanja za proveru znanja

1. Redni motor jednosmerne struje:

- Nacrtati električnu šemu ovog tipa vučnog motora i kratko objasniti pojedinačne elemente na šemi.
- Napisati osnovne jednačine koje karakterišu rad vučnog motora.
- Izvesti relaciju između momenta rotora i njegove ugaone brzine kada je magnetna karakteristika motora linearna.
- Odrediti kako moment rednog vučnog motora zavisi od struje u linearnom i u zasićenom delu magnetizacione karakteristike motora.

### 1.3.5 Električno kočenje

Sposobnost mašine jednosmerne struje da iz motornog režima rada koji karakteriše konverzija električne snage u mehaničku, odnosno režim vuče pređe u generatorski režim rada sa suprotnim smerom konverzije naziva se reverzibilnost i ta osobina je iskorišćena u procesu električnog kočenja. Korišćenje električne kočnice ima mnogobrojne prednosti u odnosu na mehaničko kočenje koje se zasniva na mehaničkom trenju kočionih diskova ili papuča sa točkovima lokomotive i vagona u sastavu voza. Smanjeno habanje točkova i mogućnost ostvarivanja konstantne sile kočenja koja se može menjati u širokim granicama, uz jednostavno rukovanje, su najizraženiji benefiti upotrebe električne kočnice. Međutim električno kočenje nije moguće primeniti za zaustavljanje voza, jer se sila kočenja iscrpljuje pri malim brzinama. U ovakvim slučajevima, kada se zahteva zaustavljanje najpre se električnom kočenju dodaje vazdušno kočenje a zatim i potpuno zamenjuje usled smanjene efikasnosti električnog kočenja pri malim brzinama (ispod  $20 \frac{km}{h}$ ). Kad su redni motori jednosmerne struje u funkciji vučnih motora na elektrovučnom vozilu onda se primenjuje električno kočenje gde se u generatorskom režimu rada kinetička energija voza pretvara u električnu energiju a zatim u toplotnu energiju na otporniku. Ovakav tip električnog kočenja naziva se otporničko ili elektrodinamičko kočenje. U režimu vuče namotaji statora i rotora su vezani na red pri tom su moment i ugaona brzina vučnog motora određeni izrazima (1), (2), (3). Kada, nakon dostignute brzine motor menja funkciju i prelazeći u generatorski režim razvijajući suprotan moment, kočni moment, najpre je neophodno da se namotaji statora odvoje od rotora i vežu na poseban izvor napajanja a namotaji rotora povežu na kočni otpornik  $R_k$ . Na slici 30 prikazana je šema vučnog i kočnog režima vučne mašine. U režimu vuče zatvoreni su prekidači označeni  $S_v$  a otvoreni prekidači označeni sa  $S_k$  pri prelasku u kočenje prekidači  $S_v$  otvoreni a  $S_k$  zatvoreni.



Slika 30: Šema DC mašine u vuči i kočenju

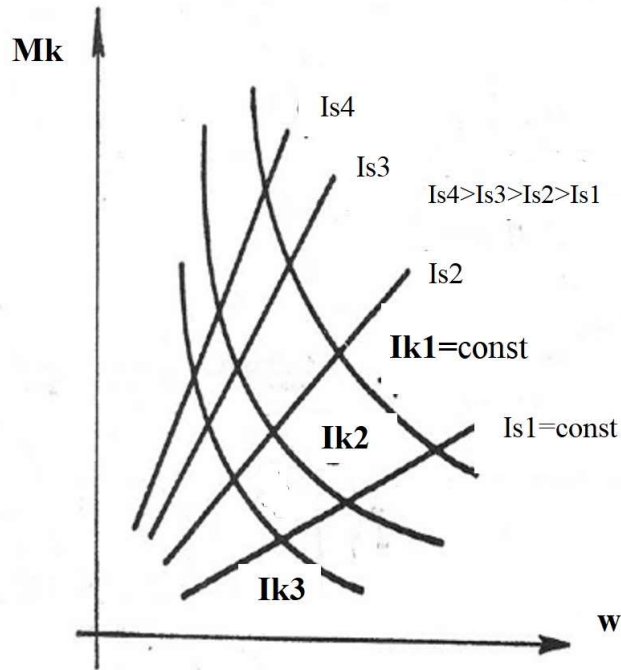
U režimu električnog kočenja stator je vezan na poseban naponski izvor  $U_{sk}$ . Magnetni fluks  $\Phi$  pod polovima statora se podešava podešavajući struju kroz namotaje statora  $I_s = \frac{U_{sk}}{R_s}$ . Struja kroz namotaje statora ne menja smer prelaskom u režim kočenja. Rotor je odvojen od statora i preko prekidača  $S_k$  povezan na kočni otpornik  $R_k$  a struja  $I_k$  ima smer suprotan smeru struje  $I_v$  koja je proticala kroz namotaje rotora što znači da je momenat promenio znak pri istom smeru ugaone brzine obrtanja. Izrazi koji određuju konverziju mehaničke u električnu energiju su:

$$M_k = k\Phi(I_s)I_k; \quad I_k = \frac{k\Phi(I_s)\omega}{R_k + R_r} \quad (20)$$

Mehanička karakteristika kočenja se dobija zamenom izraza za  $I_k$  u izraz za momenat kočenja:

$$M_k = \frac{k^2\Phi(I_s)^2\omega}{R_k + R_r} \quad (21)$$

Ako je otpornost kočnog otpornika konstantna i ako je struja pobude konstantna između kočnog momenta i ugaone brzine postoji linearna zavisnost. Na slici 31 prikazan je skup od četiri prave koje opisuju promenu kočnog momenta u funkciji ugaone brzine sa strujom statora kao parametrom.



Slika 31:  $M_k = f(\omega)$  sa  $I_s = const$

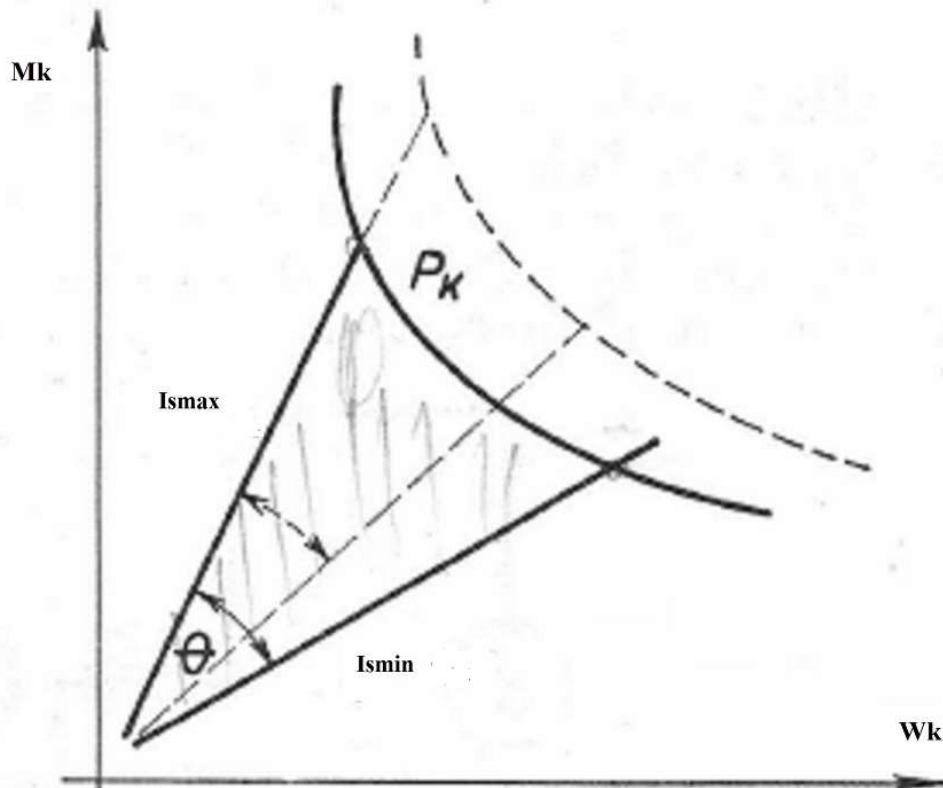
Sa druge strane kočni momenat zavisi od struje  $I_k$  jer je  $M_k \omega = (R_k + R_r) I_k^2$ . Kada struju kočenja  $I_k$  održavamo na konstantnoj vrednosti fluks se menja sa brzinom :

$$\Phi = \frac{(R_k + R_r) I_k}{k \omega}$$

U procesu električnog kočenja kočni momenat u funkciji ugaone brzine je hiperbola izražena jednačinom:

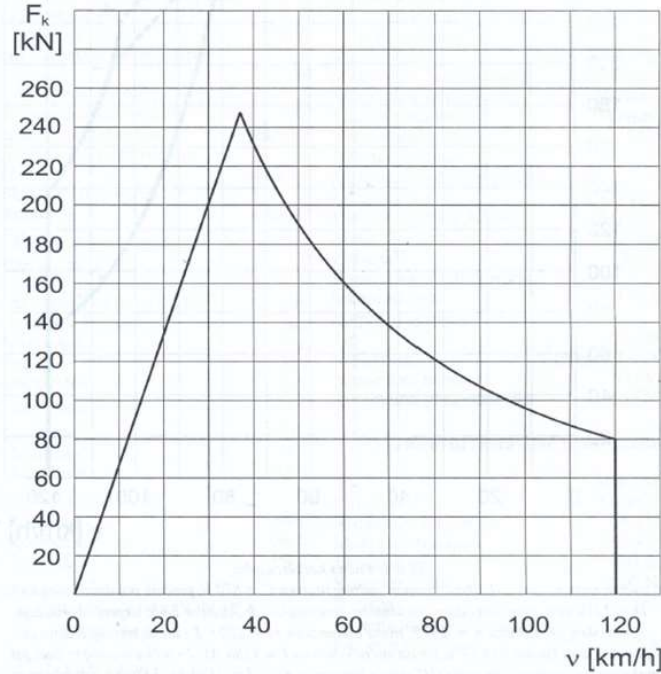
$$M_k = \frac{(R_k + R_r) I_k^2}{\omega} \quad (22)$$

Na slici 31 prikazane su hiperbole  $M = f(\omega)$ ,  $I_k = const$  koje odgovaraju trima konstantnim kočnim strujama  $I_{k1} < I_{k2} < I_{k3}$ . Radni opseg električnog kočenja predstavlja onu oblast u  $(M_k, \omega)$  kojoj pripadaju sve dozvoljene vrednosti kočnog momenta i ugaone brzine koji se mogu realizovati u procesu kočenja. Granice te oblasti čini hiperbola maksimalne snage kočenja i dve prave koje odgovaraju maksimalno i minimalno dopuštenim vrednostima struje statora što je prikazano na slici 32.



Slika 32: Dopuštena oblast električnog kočenja u  $(\omega_k, M_k)$  dijagramu

Pri malim brzinama snaga kočenja opada jer je struja kočenja direktno proporcionalna brzini, snaga kočenja proporcionalna kvadratu struje kočenja. Minimalna vrednost struje statora je obično nije manja od trećine struje kočenja, jer manje vrednosti funkcionalno povezanog magnetnog fluksa mogu izazvati neželjene posledice pri komutaciji. Na narednoj slici je prikazan kočni dijagram koji je primenjen na lokomotivi 461CoCo Dijagram kočenja je dat u koordinatama  $v, F_k$



Sl. 3.2. Karakteristika električnog kočenja  
6 vučnih motora tipa LJE 108-2; jačina struje kočenja  $I_k = 960 A$

Slika 33: Caption

Iz prikazanog dijagrama  $F_k, v_k$  možemo zaključiti da se maksimalna snaga kočenja određena je hiperbolom i ona iznosi  $P_k = 2667 kW$ . Primetimo da kočna sila postepeno povećava sa smanjenjem brzine, a razlog je taj da se u normalnim okolnostima prelaska u kočni režim spreče nagli trzaji koji veoma utiču na udobnost vožnje kao i na stabilnost tereta u vagonima. Prema prethodnoj analizi ova hiperbola odgovara konstantnoj struji rotora u režimu kočenja. Maksimalna sila kočenja ostvaruje se pri brzini od  $v_k 36 \frac{km}{h}$  i ona iznosi  $F_{kmax} = 245 kN$ . Pri nižim brzinama konstantna struja rotora u kočenju koja iznosi  $I_k = 960 A$  se smanjuje a kočnom silom se upravlja održavanjem konstantne struje statora odnosno magnetnog fluksa što je prikazano pravom linijom koja bi završila u koordinatnom početku, ali se električno kočenje već pri brzinama ispod  $v_k = 20 \frac{km}{h}$  potpuno ukida i menja takozvanom elektropnematskom kočnicom koja posredstvom električno upravljivih ventila reguliše silu pritiska kočnih papuča na točkove lokomotive i točkove vagona u sastavu kompozicije voza stvarajući mogućnost potpunog zaustavljanja kompozicije.

### 1.3.6 Karakteristični slučajevi kočenja

Posmatraćemo i kratko analizirati kočenje radi zaustavljanja voza a zatim i kočenje radi održavanja brzine na nagibima poznatog gradijenta  $i$  [promilima]. Proces kočenja može se opisati sledećom diferencijalnom jednačinom:

$$\frac{1000G(1 + \epsilon)}{g} \frac{dv}{dt} = -F_k(v) - Gf_{ot}(v) + iG; \quad v(0) = v_k \quad (23)$$

U ovoj jednačini je:

- brzina u trenutku zavođenja kočnja  $v_k[\frac{m}{s}]$
- ukupna težina kompozicije i faktor korekcije masa  $G[kN]$ ;  $\epsilon$
- sila kočnja u funkciji brzine,  $F_k(v)[N]$
- specifični otpori kretanju.  $f_{ot}(v)[\frac{N}{kN}]$
- nagib  $i[\frac{N}{kN}]$

Rešenjem ove jednačine dobija se izraz za brzinu u funkciji vremena  $v(t)$  koga počinjemo da merimo od trenutka zavođenja kočnja a završavamo u trenutku  $t_z$  zaustavljanja voza kada je  $v(t_z) = 0$ . Zaustavni put se određuje integracijom brzine:

$$s_z = \int_{t=0}^{t=t_z} v(t) dt$$

Ovako opisan metod određivanja pogodan je kad koristimo odgovarajuće softverske pakete na primer MATLAB. Ocena zaustavnog puta se može dobiti izjednačavajući kinetičku enegiju voza u trenutku zavođenja kočnja sa radom sila kočnja do zaustavljanja voza. Sledeći izraz dobijen je primenom ovakvog pristupa:

$$1000 \frac{G(1 + \epsilon)v_k^2}{2g} = s_z(f_{ot}G + \frac{P_k}{\eta v_{sr}}) \quad (24)$$

U izrazu 24  $v_{sr}$  označava srednju brzinu tokom kočnja koja iznosi  $v_{sr} = 0.67v_k$ . Kada je potrebno održavati stalnu brzinu prilikom spuštanja niz nagib  $v_{ko}$  snaga kočnja je data sledećim izrazom:

$$P_k = \eta(i - f_{ot})Gv_{ko} \quad (25)$$

$$G[kN]; \quad v_k[\frac{m}{s}]; \quad f_{ot}[\frac{N}{kN}]; \quad P_k[W]; \quad s_z[m]$$