



UNIVERZITET U BEOGRADU–SAOBRĀČAJNI FAKULTET

II deo  
MIKROEKONOMIJA

PROIZVODNJA

*Jelica Petrović- Vujačić*

# PROIZVODNJA

- **Proizvodnja predstavlja osnov celokupnog procesa reprodukcije.** Ostale faze procesa reprodukcije su **raspodela, razmena i potrošnja.**
- Mi ćemo analizirati proizvodnju roba i usluga od strane **proizvodnih preduzeća**, samo zato što je jednostavnije da precizno odredimo **proizvodne faktore (inpute)** i da identifikujemo **količinu proizvodnje (output)**.
- Mnogo je jednostavnije odrediti **broj automobila** koji proizvodi automobilska firma, **ili broj prevezenih putnika** u određenom pravcu za određeno vreme od strane određenog transportnog preduzeća **nego da izmerimo količinu obrazovanja koju je "proizvela"** neka škola za godinu dana.

# PROIZVODNA FUNKCIJA

$$Q = f(L, K)$$

- Proces proizvodnje zahteva ulaganje različitih faktora proizvodnje, kao što su **rad, kapital, prirodni resursi i drugo.**
- **Obim proizvodnje, pri datom nivou tehnologije, zavisi od obima upotrebljenih različitih proizvodnih faktora.**
- **Proizvodnom funkcijom se postavlja odnos između fizičkog obima proizvodnje i količine proizvodnih faktora.**

# PROIZVODNA F-JA

- **Definicija:** Proizvodna funkcija je **geometrijski oblik, tabela, ili matematička jednačina koja pokazuje maksimalnu količinu proizvodnje koja se može proizvesti iz određenog skupa proizvodnih faktora, pri datom nivou tehnološkog znanja.**
- Ukratko, **proizvodna funkcija je katalog proizvodnih mogućnosti.**

# FIKSNI I VARIJABILNI PROIZVODNI FAKTORI

- Proizvodni faktori se dele na **fiksne i varijabilne**.
- Fiksni proizvodni faktori se definišu kao oni čija se količina (obim) ne može lako promeniti kada tržišni uslovi ukazuju da je poželjna promena obima proizvodnje.
- Varijabilni faktori su oni čija se količina menja sa promenom obima proizvodnje.

# KRATAK I DUGI ROK

- Kratak rok se odnosi na vremenski period u kojem su jedan ili više proizvodnih faktora fiksni.
- U dugom roku su svi proizvodni faktori varijabilni.
- Mogu se javiti fiksne i varijabilne proporcije kod ulaganja proizvodnih faktora.

# PROIZVODNJA SA JEDNIM VARIJABILNIM FAKTOROM

- Neophodno je da izvršimo određeni stepen uprošćavanja analize, pre svega u odnosu na veliki broj proizvodnih faktora koji učestvuju u proizvodnji. Tako ćemo **prepostaviti da postoji samo jedan varijabilni faktor** koji je moguće kombinovati u različitim proporcijama sa **fiksnim faktorima** u proizvodnji različitih količina proizvodnje.
- Ukupan proizvod (proizvodnju) možemo predstaviti kao proizvodnu funkciju sledećom jednačinom.

Ukupan proizvod možemo predstaviti kao i proizvodnu funkciju jednačinom<sup>1</sup>:

$$Q = f(L, K)$$

Prepostavili smo da je u kratkom roku rad ( $L$ ) varijabilan proizvodni faktor, a kapital ( $K$ ) fiksni, te da sa povećanjem ulaganja faktora rada  $L$  dolazi do povećanja proizvodnje za  $\Delta Q$ . Povećanje proizvodnje po jednostavnom modelu s povećanjem ulaganja samo faktora  $L$  je:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

Limes ovog izraza kad  $\Delta L \rightarrow 0$  je parcijalni izvod

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = f_L(L, K)$$

## GRANIČNI (MARGINALNI) PROIZVOD PROIZVODNOG FAKTORA (K i L)

i predstavlja granični poroizvod, ili graničnu proizvodnju, faktora  $L$ . Ovaj parcijalni izvod pokazuje za koliko će se povećati ukupna proizvodnja ako se ulaganje faktora  $L$  poveća za jednu infinitezimalnu jedinicu.

Analogno ovome, granični proizvod kapitala ( $K$ ) bio bi:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta K}, \text{ odnosno}$$

## **PROSEČNI (JEDINIČNI) PROIZVOD RADA (Q/L) ILI KAPITALA (Q/K)**

Ako ukupnu količinu proizvodnje podelimo sa veličinom ulaganja nekog proizvodnog faktora dobićemo prosečan proizvod, ili prosečnu proizvodnju, tog faktora. Prosečna proizvodnja faktora  $L$  je jednaka

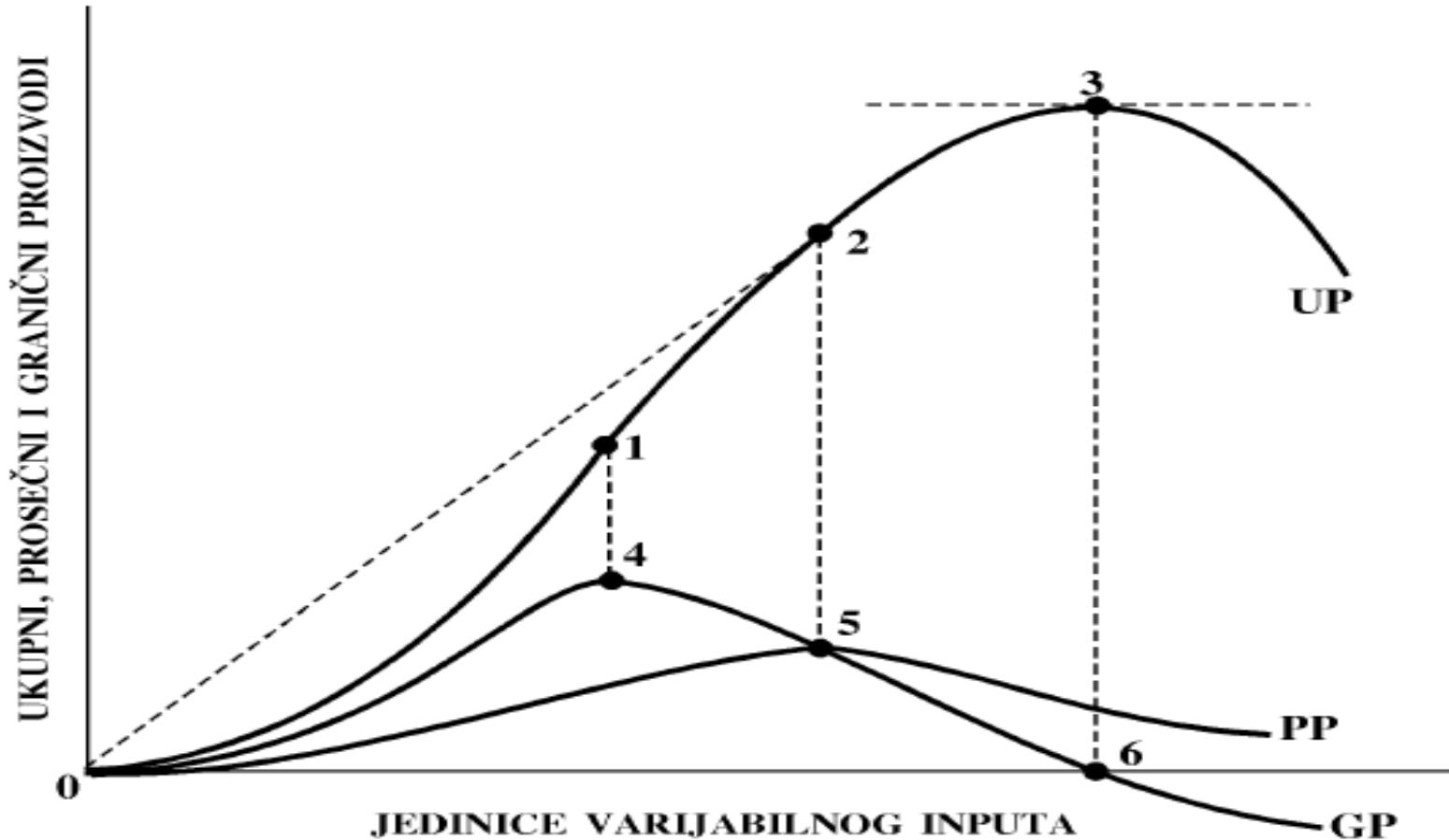
$$\frac{Q}{L}, \text{ a faktora } K \text{ je } \frac{Q}{K}.$$

**PRIMER: IZRAČUNAVANJE PROSEČNOG I GRANIČNOG PROIZVODA RADA NA OSNOVU PODATAKA O PROMENI UKUPNOM PROIZVODU  $Q = f(L, K)$ .  
PRETPOSTAVLJA SE DA JE DRUGI FAKTOR K NEPROMENLJIV.**

**Tabela 9.1.** Ukupni, prosečni i granični proizvodi rada

Broj radnika	Ukupan obim proizvodnje u jedinici vremena	Prosečan proizvod	Granični proizvod
0	0	0	–
1	10	10	10
2	25	12,5	15
3	45	15	20
4	60	15	15
5	70	14	10
6	78	13	8
7	84	12	6
8	88	11	4
9	90	10	2
10	88	8,8	-2

## GRAFIČKO PREDSTAVLJANJE UKUPNOG (UP), PROSEČNOG (PP) I GRANIČNOG PROIZVODA (GP). Na x osi su količine varijabilnog proizvodnog faktora, a na y osi količine proizvodnje !



# ZAKON RASTUĆIH I OPADAJUĆIH PRINOSA

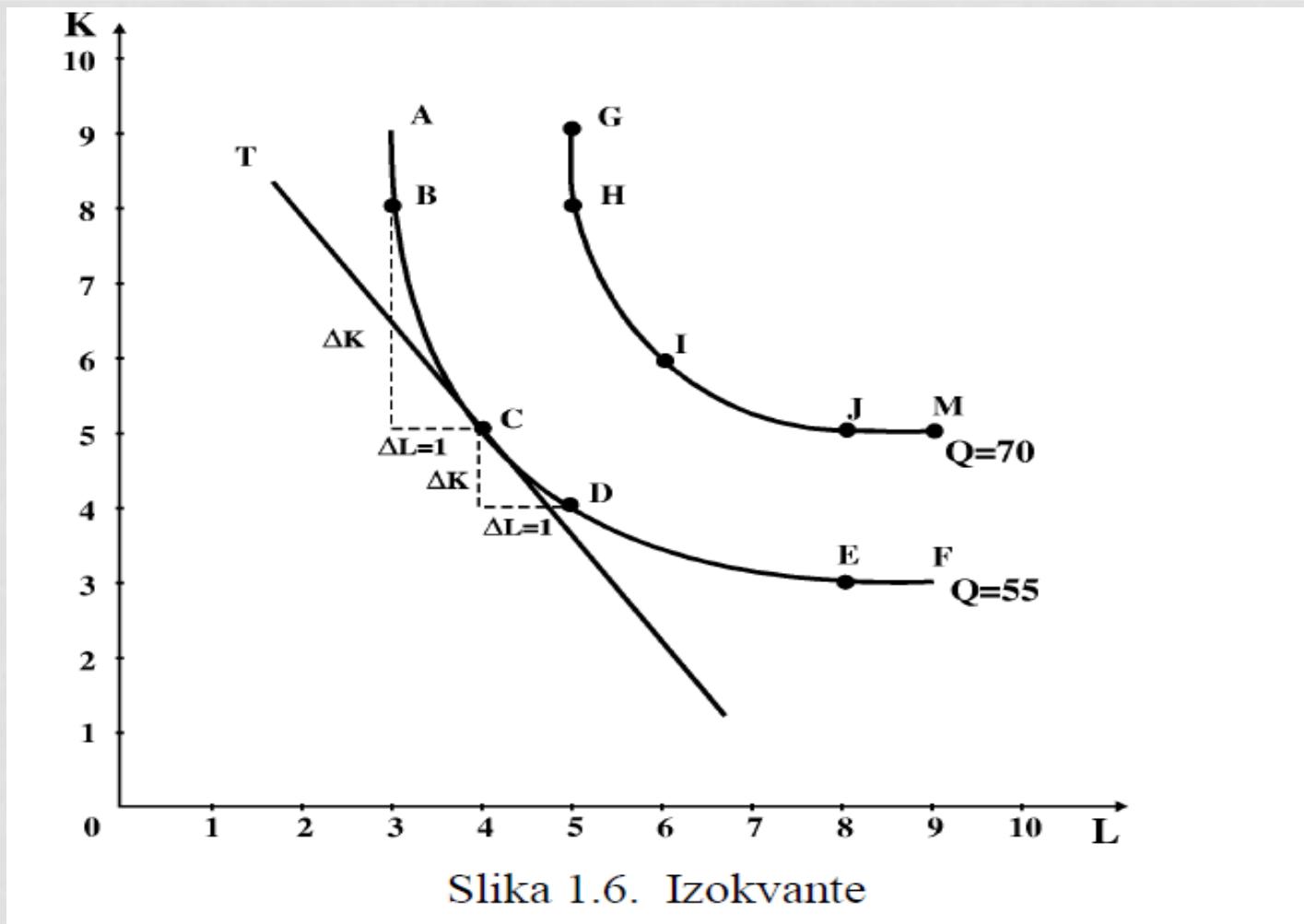
- **Grafički izgled proizvodnih funkcija** (ukupna, prosečna i granična proizvodnja) odražava delovanje zakona rastućih i opadajućih prinosa. Sa povećanjem ulaganja u varijabilni faktor proizvodnje, zadržavajući drugi faktor konstantnim, proizvodnja raste do određene tačke a potom opada, ukoliko se nastavi sa povećanjem varijabilnog faktora (ne menjajući onaj drugi faktor).
- Kada se dostigne max proizvodnja, da se ne bi smanjivala proizvodnja, trebalo bi promeniti količinu i drugog faktora proizvodnje (**da bi proizvodnja bila efikasna**).

## PROIZVODNJA SA DVA VARIJABILNA FAKTORA – IZOKVANTE

Funkcija proizvodnje koja pokazuje različite kombinacije proizvodnih faktora kojima se dobija isti obim proizvodnje, naziva se izokvanta .

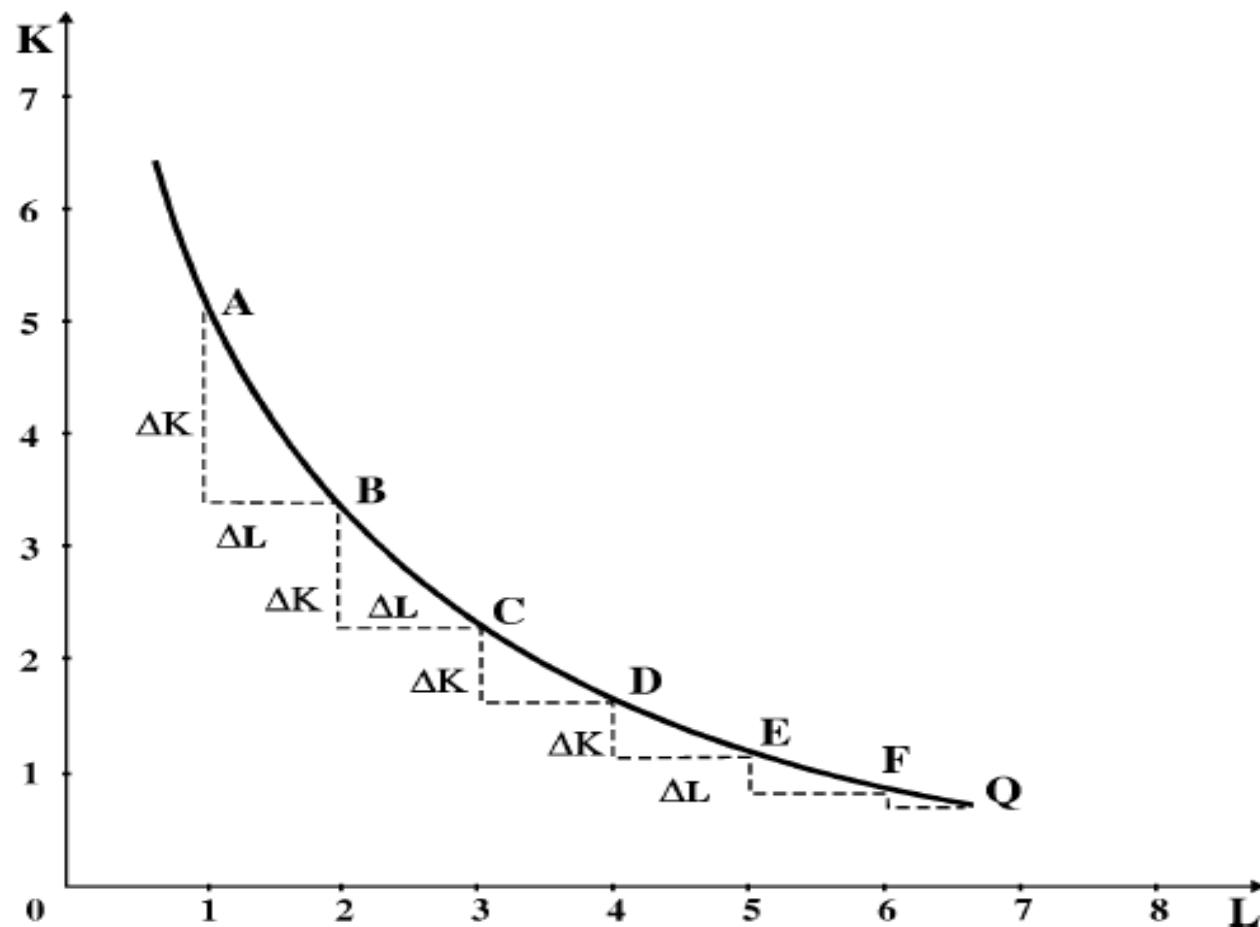
- A)  $3L + 9K = 55$
- B)  $3L + 8K = 55$
- C)  $4L + 5K = 55$
- D)  $5L + 4K = 55$
- E)  $8L + 3K = 55$
- F)  $9L + 3K = 55$

Udaljenija izokvanta u odnosu na koordinatni početak predstavlja veći obim proizvodnje (Q). Duž izokvante je moguće vršiti supstituciju (zamenu) proizvodnih faktora L i K koji su predstavljeni na x i y osi.



Slika 1.6. Izokvante

Za isti obim proizvodnje ( $Q$ ) smanjuju se mogućnosti zamene jednog proizvodnog faktora drugim proizvodnim faktorom.



Slika 1.8. Opadanje granične stope tehničke supstitucije

# GRANIČNA STOPA TEHNIČKE SUPSTITUCIJE (GSTS)

Veliki teorijski i praktični značaj se pridaje stopi po kojoj se jedan input može ili mora supstituisati drugim da bi se očuvalo isti nivo autputa. Ova stopa po kojoj se jedan input supstituiše drugim duž izokvante naziva se *granična stopa tehničke supstitucije (GSTS)*. Mogućnost supstitucije jednog proizvodnog faktora drugim, a da se ostane ne istoj izokvantni, odnosno da se zadrži isti obim proizvodnje, određuje i tehnički efikasnu proizvodnju. Graničnu stopu tehničke supstitucije predstavljamo na sledeći način:

$$GSTS = -\frac{\Delta K}{\Delta L} \text{ u diskontinualnom slučaju, odnosno}$$

$$GSTS = -\frac{dK}{dL} \text{ u kontinualnom slučaju.}$$

# GSTS

Kod analitičkog izvođenja granične stope tehničke supstitucije polazimo od toga da bi pri infinitezimalnoj promeni ulaganja faktora rada za  $dL$  i faktora  $K$  za  $dK$  došlo do promene ukupne proizvodnje. Ova promena ukupne proizvodnje se može aproksimirati totalnim diferencijalom proizvodne funkcije:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK \quad (4)$$

Za diskontinualni slučaj pišemo

$$\Delta Q = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Delta L + \frac{\Delta Q}{\Delta K} \Delta K \quad (5)$$

## KAKO SE DOLAZI DO GSTS?

Budući da izokvante predstavljaju različite kombinacije ulaganja proizvodnih faktora radi ostvarivanja iste količine proizvodnje sledi da je  $dQ=0$ . Zbog toga jednačina (4) postaje:

$$\frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK = 0 \quad (6)$$

Iz jednačine (6) sledi da je :

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} \quad (7)$$

**Granična stopa tehničke supstitucije je jednaka odnosu graničnih proizvoda rada i kapitala.** Kod efikasne upotrebe proizvodnih faktora, više bi se zapošljavao faktor čija je granični proizvod veći. Međutim, u proizvodnji je prisutna i **ekonomска supstitucija** između proizvodnih faktora koja se odvija na osnovu **cena faktora**. Tako dolazimo do problema **optimalne kombinacije faktora proizvodnje**.

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = - \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta L}}{\frac{\Delta Q}{\Delta K}}$$

HVALA NA PAŽNJI !

Jelica Petrović-Vujačić