



UNIVERZITET U BEOGRADU–SAOBRAĆAJNI FAKULTET

OPTIMIZACIJA U PROIZVODNJI

- ❖ **Optimalna kombinacija proizvodnih faktora**
- ❖ **Efekat supstitucije i tehnološke promene**

Jelica Petrović –Vujačić

OPTIMALNA KOMBINACIJA PROIZVODNIH FAKTORA

- Analiziraćemo ponašanje proizvođača sa aspekta njegovog izbora kombinacije proizvodnih faktora, jer se određeni željeni obim proizvodnje (Q) može proizvesti različitim kombinacijama inputa (L i K).
- Problem optimalne kombinacije proizvodnih faktora se može postaviti na dva načina:
- (a) kako dati obim proizvodnje ostvariti uz minimalne troškove;
- (b) kako sa datim troškovima proizvesti maksimalni obim proizvodnje.

CENE PROIZVODNIH FAKTORA I IZOTROŠKOVNE LINIJE

I dalje pretpostavljamo da su ta dva proizvodna faktora rad i kapital, premda je analiza podjednako relevantna za bilo koja dva produktivna faktora. Količinu kapitala ćemo obeležiti sa K , rada sa L , a respektivno njihove cene sa r i w . Ukupni troškovi (T) su jednaki zbiru troškova rada i troškova kapitala, tj:

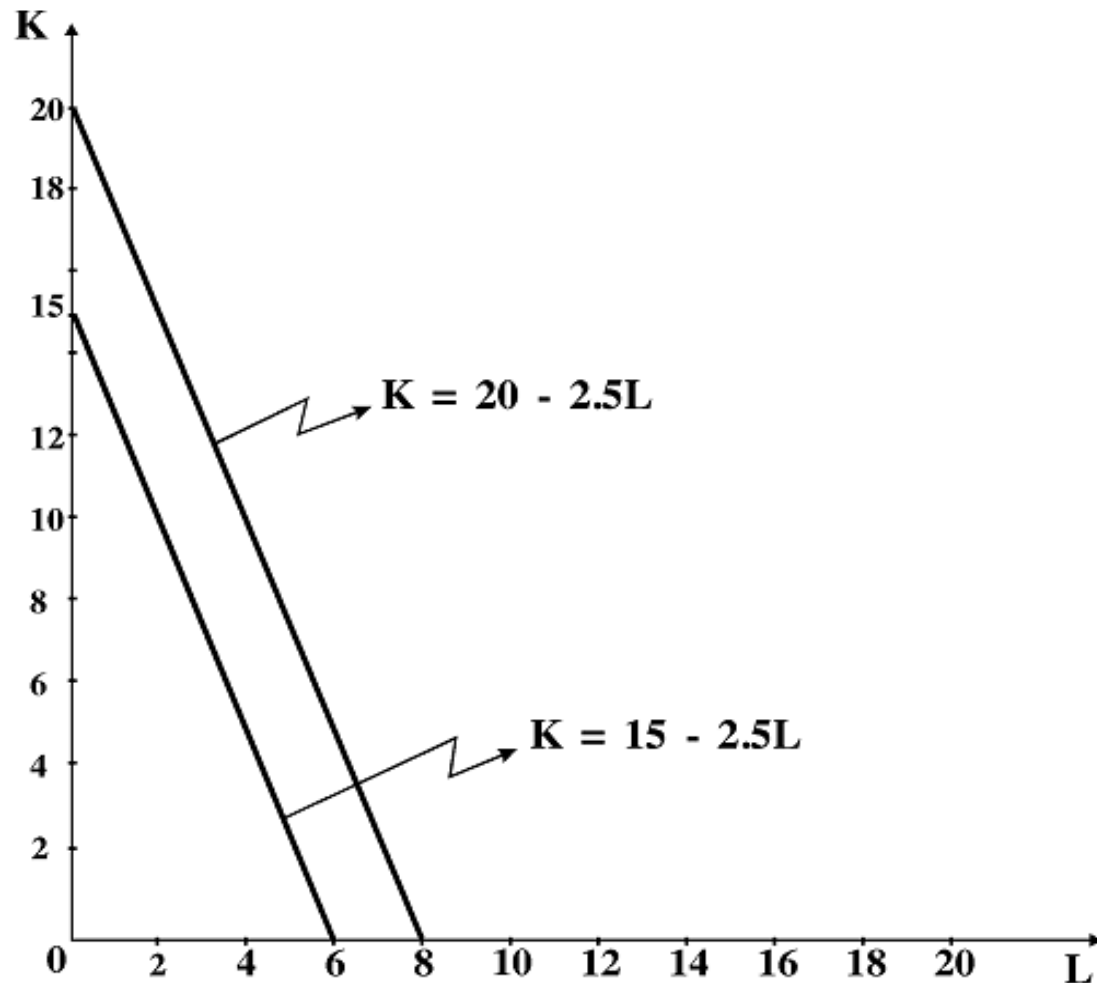
$$T = wL + rK \quad (8)$$

IZOTROŠKOVNA LINIJA

Pretpostavimo, na primer, da je trošak kapitala po jedinici 1000 dinara ($r=1000$), a da je zarada po radniku 2500 dinara ($w=2500$). Ukoliko treba potrošiti ukupno 15000 dinara na kupovinu proizvodnih faktora, gornja jednačina pokazuje da su moguće sledeće kombinacije: $15000\text{din}=2500L+1000K$, ili $K=15-2.5L$. Slično ovome, ako 20000 dinara treba potrošiti na inpute, mogu se kupiti sledeće kombinacije: $K=20-2.5L$. U opštijem slučaju, ako se troši fiksni novčani iznos na kupovinu inputa (što predstavlja ukupne troškove proizvodnje) proizvođač može da bira između kombinacija koje su date jednačinom

$$K = \frac{T}{r} - \frac{w}{r}L \quad (9)$$

GRAFIČKO PREDSTAVLJANJE IZOTROŠKOVNIH LINIJA



IZOTROŠKOVNE LINIJE

- Za svaku dodatnu jedinicu rada, mora se žrtvovati w/r jedinica kapitala. Na slici 1.9. $w/r=2.5$, što sa negativnim predznakom predstavlja nagib linije troškova.
- Linije troškova, predstavljene na slici, nazivaju se izotroškovne linije, jer pokazuju različite kombinacije inputa sa **jednakim troškovima**.
- **Udaljenija linija**, u odnosu na koordinatni početak, **pokazuje veće troškove**.

PROIZVODNJA DATOG OBIMA PROIZVODNJE SA MINIMALNIM TROŠKOVIMA

- Proizvođač nastoji da određeni obim proizvodnje proizvede uz minimalne moguće troškove. Za postizanje ovog cilja neophodno je da **proizvodnja bude organizovana na najefikasniji način.**
- Proizvođač će između različitih kombinacija ulaganja proizvodnih faktora, radi postizanja iste količine proizvodnje, **izabrati nejjeftiniju.**

ANALITIČKI POSTUPAK ZA UTVRĐIVANJE OPTIMUMA U PROIZVODNJI (NAJEFIKASNE UPOTREBE PROIZVODNIH FAKTORA)

Malo povećanje količine nabavljenih faktora L i K za dL i dK iz jednačine (8) dovelo bi, pri nepromenjenim cenama faktora, do povećanja ukupnih troškova proizvodnje za dT :

$$dT = wdL + rdK \quad (10)$$

Ako količine nabavljenih faktora nisu infinitezimalne, gornji izraz se može napisati:

$$\Delta T = w \cdot \Delta L + r \cdot \Delta K \quad (10')$$

Ako posmatramo jednu izotroškovnu liniju, onda se ukupni troškovi ne menjaju pa je $dT=0$, a jednačina (10) postaje:

$$wdL + rdK = 0 \quad (11)$$

odnosno:

$$w \cdot \Delta L + r \cdot \Delta K = 0 \quad (11')$$

Granična stopa tehničke supstitucije jednaka je odnosu cena faktora proizvodnje.

Iz ovih jednačina se jednostavno dobija da je koeficijent pravca funkcije jednakih troškova jednak odnosu cena proizvodnih faktora. Ovaj odnos cena proizvodnih faktora je granična stopa ekonomske supstitucije, koja pokazuje za koliko jedinica treba povećati ulaganje u onaj proizvodni faktor koji je pojeftinio, ako je cena drugog faktora ostala nepromenjena, tako da ukupni troškovi ostanu isti.

Takođe, postaje jasno da je granična stopa tehničke supstitucije jednaka odnosu cena proizvodnih faktora, tj.:

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{w}{r} \quad (12)$$

PARETO OPTIMUM U PROIZVODNJI

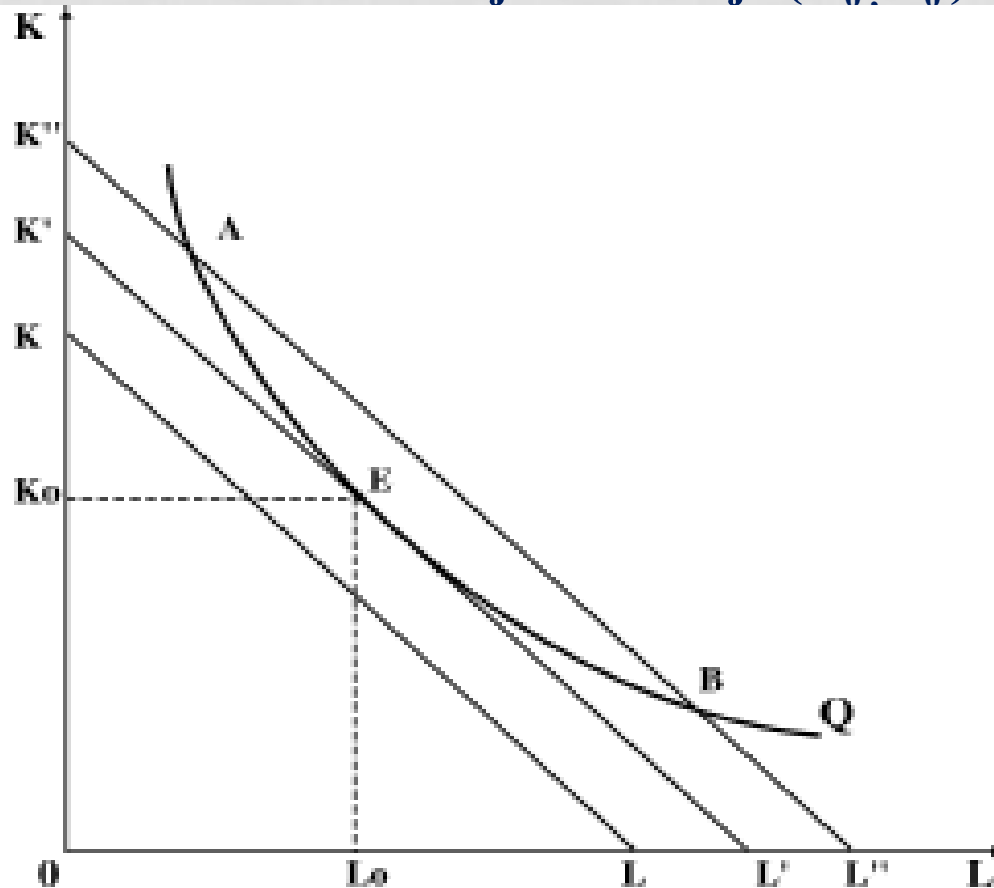
Uspostavlja se kada se izjednače odnosi graničnih produktivnosti i njihovih cena za sve faktore, odnosno kada se ne može nastaviti supstitucija jednog faktora drugim, a da se ne naruši efikasnost.

Ako preuredimo prethodne jednačine dobićemo uslov za optimalnu kombinaciju proizvodnih faktora u Pareto obliku, tačnije Pareto optimum u proizvodnji date količine proizvoda. Naime, uslov za optimum možemo napisati kao jednakost odnosa između graničnih produktivnosti svakog od proizvodnih faktora i njegove cene, tj.

$$\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{w} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial K}}{r} \quad \text{ili} \quad \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta L}}{w} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta K}}{r} \quad (14)$$

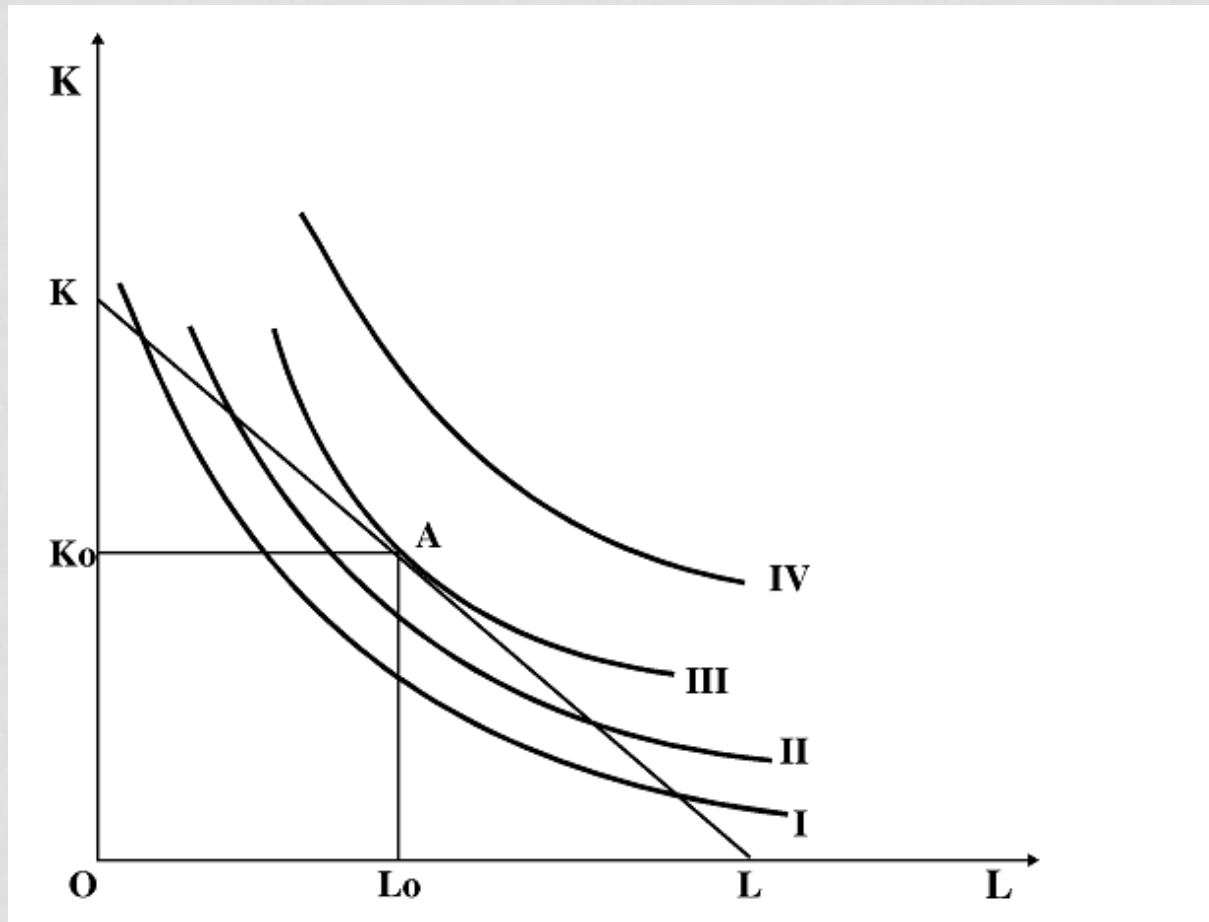
GRAFIČKO PREDSTAVLJANJE OPTIMUMA U PROIZVODNJI – MINIMIZIRANJE TROŠKOVA ZA DATI OBIM PROIZVODNJE

Tačka **E** (tačka dodira izokvante i izotroškovne linije) ukazuje na najniže troškove sa kojima se može postići dati obim proizvodnje. Optimalna kombinacija faktora je (K_0, L_0) .



MAKSIMIZIRANJE OBIMA PROIZVODNJE ZA DATE TROŠKOVE

Dati troškovi su predstavljeni izotroškovnom linijom KL . Cilj je da se dostigne najviša izokvanta. Ovo se postiže u tački **A** (izotroškovna linija dodiruje izokvantu III). Nemoguće rešenje (izokvanta IV) ili moguće ali suboptimalno rešenje (preseci izotroškovne linije i izokvanti I, II).

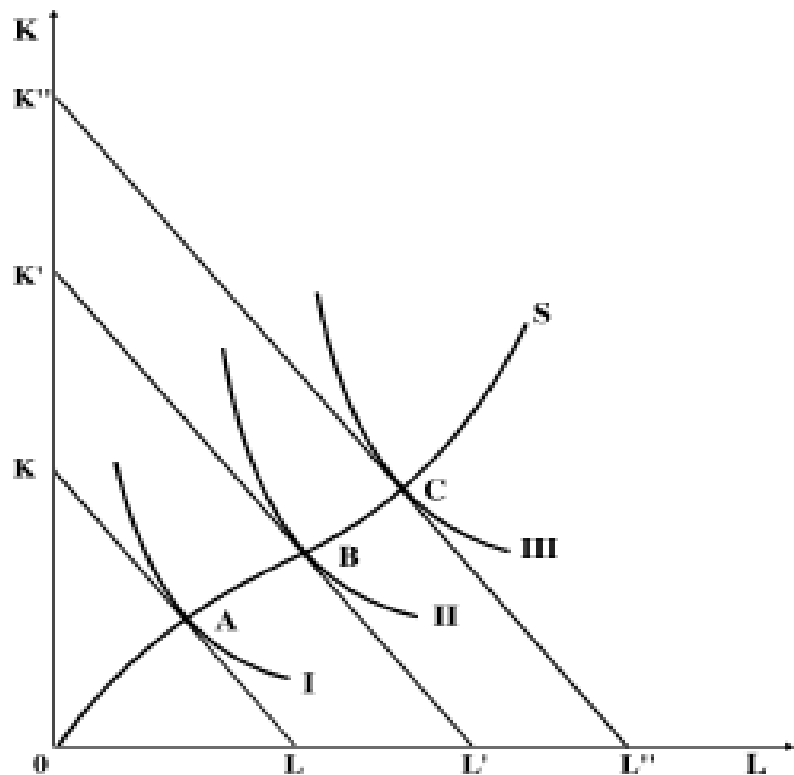


PUTANJA EKSPANZIJE

- Putanja ekspanzije pokazuje način na koji se menjaju faktorske proporcije kada se menja obim proizvodnje, pri čemu odnos faktorskih cena ostaje konstantan. Specifičnost je u tome što se duž te linije **output povećava dok su faktorske cene konstantne**. Na taj način putanja ekspanzije pokazuje kako se menjaju faktorske proporcije kad se menja output ili troškovi, dok cene inputa ostaju nepromenjene.
- Putanja ekspanzije pokazuje strukturu troškova preduzeća. Ili, ona pokazuje optimalnu kombinaciju inputa za svaki nivo outputa pri datim cenama inputa, određujući na taj način minimalne troškove za svaki output (Q).

PUTANJA EKSPANZIJE PROIZVODNJE

Tačke optimuma su A,B,C. Njihovim povezivanjem dobija se putanja ekspanzije.

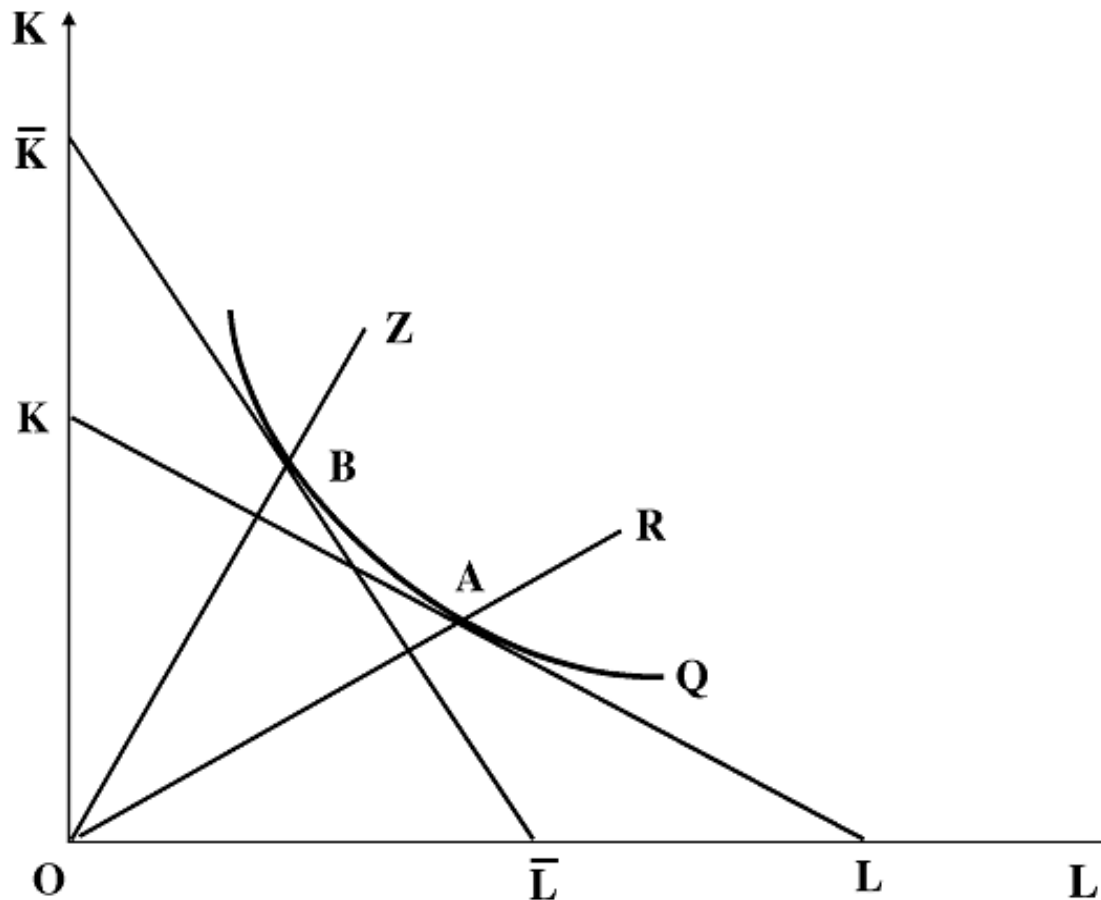


EFEKAT SUPSTITUCIJE I TEHNOLOŠKE PROMENE

- Prethodno smo analizirali kako **optimalna ili najefikasnija** kombinacija inputa može da se odredi za svaki nivo outputa .
- Međutim, u procesu proizvodnje može doći do :
- (a) **promene cene inputa (proizvodnih faktora)**;
- (b) **tehnoloških promena**.

EFEKAT SUPSTITUCIJE KAO POSLEDICA PROMENE CENA INPUTA

Kada se promeni odnos cena inputa, preduzeća će supstituisati faktor koji je relativno skuplji faktorom koji je relativno jeftiniji. Na grafiku je prikazan slučaj kad se povećava cena rada u odnosu na cenu kapitala.



Jelica Petrović-Vujačić

TEHNIČKO-TEHNOLOŠKE PROMENE

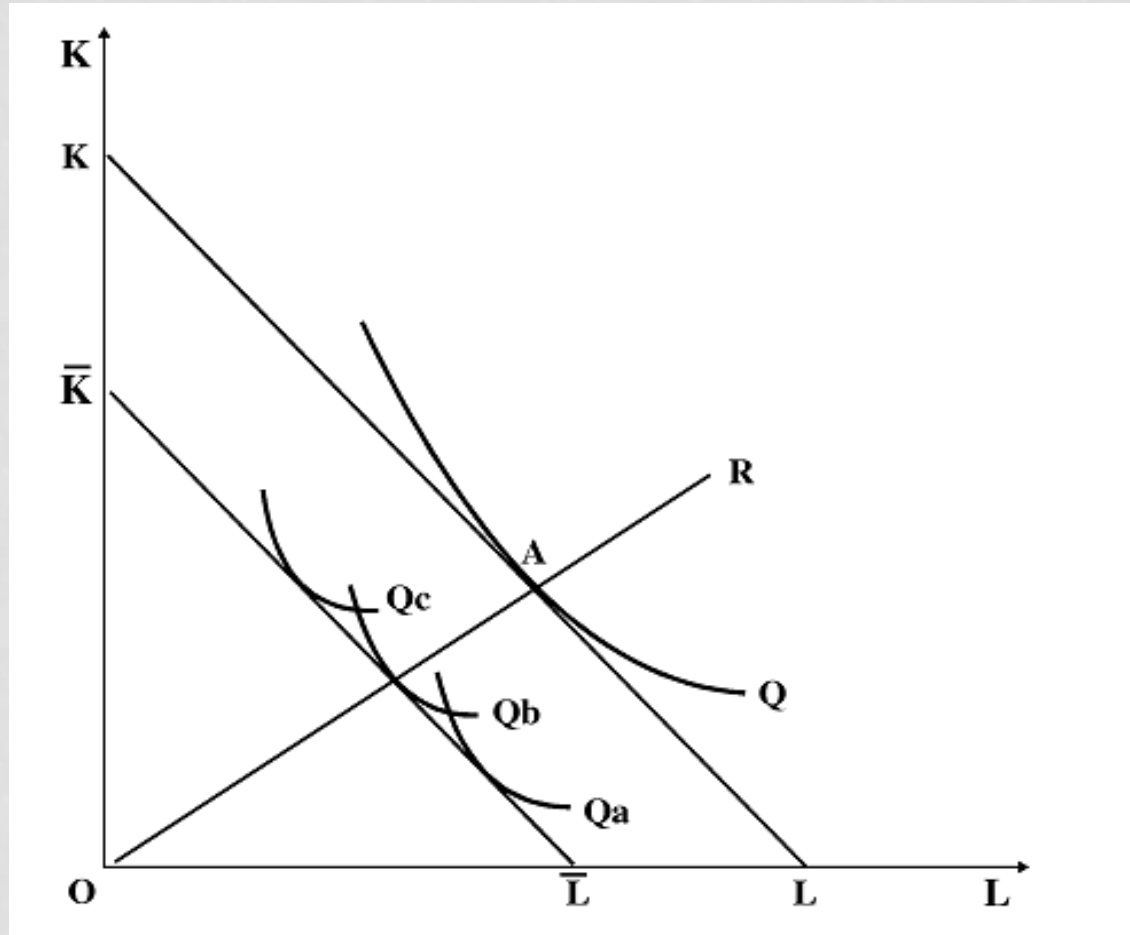
- Promene u proizvodnoj tehnologiji mogu dovesti do promene odnosa proizvodnih faktora. Tehnološka promena suštinski dovodi do pomeranja mape izokvanti ka koordinatnom početku. Pomeranje izokvanti naniže jednostavno **znači da pri datim cenama inputa, svaki nivo outputa može da se proizvede uz niže troškove** (na nižoj izotroškovnoj liniji), nego što je to bilo moguće pre tehnološke promene.

TIPOVI TEHNIČKO-TEHNOLOŠKOG PROGRESA

- Neutralni tehničko-tehnološki progres (ne menja se odnos između rada i kapitala)
- Radno-intenzivan (ili kapitalno-štedni) tehničko-tehnološki progres (više se ulaže u rad, manje u kapital)
- Kapitalno intenzivan (ili radno-štedni) tehničko-tehnološki progres (više se ulaže u kapital, manje u rad)

EFEKTI TEHNIČKO-TEHNOLOŠKIH PROMENA

Pre uvođenja tehnoloških promena optimum je bio u tački **A**. Nakon tehnoloških promena, dati nivo Q postiže se uz manje troškove, tj. na nižoj izotroškovnoj liniji. Izokvanta Q_B pokazuje **neutralni tehnički** progres, Q_C **kapitalno intenzivni**, a Q_A **radno intenzivni tehnički** progres.



HVALA NA PAŽNJI!

Jelica Petrović-Vučajić