Osnovi ekonomije – vežbe 6

Tema 26. Izokvante – funkcije proizvodnje sa dva varijabilna faktora:

- ✓ Izokvante su funkcije proizvodnje sa dva varijabilna faktora koje pokazuju različite kombinacije proizvodnih faktora, rada i kapitala, kojima se postiže isti obim proizvodnje.
- ✓ Grafički prikaz izokvanti (slika 9.5. na str. 106).
- ✓ Osobine izokvanti:
  - Duž jedne izokvante je isti obim proizvodnje koji se može postići različitim kombinacijama proizvodnih faktora.
  - Imaju negativan nagib (opadaju s leva na desno).
  - Ne mogu da se seku (nemaju dodirnih tačaka).
  - Što udaljenija od koordinatnog početka, to označava veći obim proizvodnje.
  - Konveksne su u odnosu na koordinatni početak.

Tema 27. Granična stopa tehničke supstitucije:

- ✓ Granična stopa tehničke supstitucije predstavlja stopu kojom se jedan input supstituiše drugim duž izokvante.

$$GSTS = \frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{GP_L}{GP_K}$$

- ✓ Granična stopa tehničke supstitucije mora imati negativnu vrednost, jer ako je promena rada pozitivna (povećava se angažovanje rada), da bismo ostali na istom obimu proizvodnje promena kapitala mora biti negativna (smanjuje se angažovanje kapitala), i obrnuto.
- ✓ Ona je jednaka odnosu graničnog proizvoda rada i graničnog proizvoda kapitala. Ako je npr. granični proizvod rada jednak 10, a granični proizvod kapitala jednak 5, onda je granična stopa tehničke supstitucije jednaka -2. Ta vrednost znači sledeće:
  - Ako povećamo angažovanje rada za jednu jedinicu, moramo smanjiti angažovanje kapitala za dve jedinice da bismo ostali na istom obimu proizvodnje.
  - Imajući u vidu vrednosti graničnih proizvoda, ako povećamo rad za jednu jedinicu proizvodnja će se pri nepromenjenom kapitalu povećati za 10. Da bi proizvodnja ostala ista (da se ne poveća za ovih 10), treba smanjiti angažovanje kapitala za dve jedinice (jer jedan kapital doprinosi proizvodnji sa graničnim proizvodom od 5).

<u>Tema 28.</u> Izotroškovne linije:

- ✓ Izotroškovne linije predstavljaju različite kombinacije proizvodnih faktora koje generišu iste troškove za preduzeće.
- ✓ Grafički prikaz izotroškovnih linija (slika 9.8. na str. 108).
- ✓ Jednačina izotroškovne linije:

$$T = w * L + r * K, \text{ odnosno}$$

$$K = \frac{T}{r} - \frac{w}{r} * L$$

  - T – ukupni troškovi, w – cena rada, r – cena kapitala, L – rad, K – kapital.
  - Sve kombinacije inputa, rada i kapitala, između koordinatnog početka i izotroškovne linije su dostupne preduzeću za dati novac (T).
  - Kombinacije iznad izotroškovne linije nisu dostupne za date troškove.
  - Odsečak na x-osi na kojoj je predstavljen rad (L) jednak je T/w i predstavlja maksimalnu količinu rada koja je dostupna za iznos T pri ceni rada w ako se kapital ne kupuje.
  - Odsečak na y-osi na kojoj je predstavljen kapital (K) jednak je T/r i predstavlja maksimalnu količinu kapitala koja je dostupna za iznos T pri ceni kapitala r ako se kapital ne kupuje.
  - Nagib izotroškovne linije je -w/r, negativan odnos cene rada i kapitala, odnosno stopa ekonomske supstitucije.

<u>Tema 29.</u> Pareto optimum u proizvodnji

- ✓ Pareto optimum u proizvodnji, odnosno optimalna kombinacija proizvodnih faktora, postignut je:
  - grafički: za onu kombinaciju rada i kapitala (L*, K*) za koju važi da je izotroškovna linija tangenta na izokvantu, odnosno
  - analitički: za onu kombinaciju rada i kapitala (L*, K*) za koju se izjednačavaju odnosi između graničnih proizvoda i cena proizvodnih faktora, odnosno za koju važi jednakost:

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_k}{r}$$

  - Ako navedena jednakost nije postignuta, onda je za isti novac (T) moguće pronaći neku drugu bolju kombinaciju proizvodnih faktora koja donosi veći obim proizvodnje.

- Pretpostavimo da je Q=100, L=10, K=5, GP_L=9, GP_K=6, w=3, r=6.
- Odnosi graničnih proizvoda i cena za oba proizvodna faktora nisu jednaki:

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\frac{GP_k}{r} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{GP_L}{w} > \frac{GP_k}{r}$$

- Dakle, postoji neka bolja kombinacija inputa koja za iste troškove daje veći obim proizvodnje. S obzirom da je odnos graničnog proizvoda i cene veći za rad, trebalo bi povećati angažovanje rada, a smanjiti angažovanje kapitala.
- Ukupni troškovi su: T=w*L+r*K=3*10+6*5=60.
- Ako smanjimo angažovanje kapitala za 1, možemo kuputi 2 jedinice rada, tako da troškovi ostanu isti: T=w*L+r*K=3*12+6*4=60.
- Ukupan proizvod pri kombinaciji (L,K)=(10,5) iznosio je Q=100. Sada pri novoj kombinaciji (L,K)=(12,4) iznosi:

$$Q_1=Q-1*GP_K+2*GP_L=100-1*6+2*9=100-6+18=112$$

- Vidimo da kada odnos graničnih proizvoda i cena proizvodnih faktora nije jednak za oba proizvodna faktora, supstitucijom proizvodnih faktora može se za iste troškove (za isti novac) doći do bolje kombinacije koja donosi veći obim proizvodnje. Samo kada su odnosi graničnih proizvoda i cena proizvodnih faktora izjednačeni, ne može se nikakvom supstitucijom pronaći bolja kombinacija koja za iste troškove daje veći obim proizvodnje, što znači da je postojeća kombinacija optimalna.

✓ Grafički prikazi Pareto optimuma:

- Slika 9.9. na str. 113 predstavlja minimiziranje troškova za željeni (dati) obim proizvodnje.
- Slika 9.10. na str. 114 predstavlja maksimiziranje proizvodnje za date troškove (dati novac).

<u>Zadatak 19.</u> Cena kapitala po jedinici iznosi 5.000, a cena rada 2.000. Ukoliko ukupni troškovi nekog preduzeća koje u proizvodnji angažuje rad i kapital iznose 30.000, grafički prikažite izotroškovnu liniju ovog preduzeća. Ukoliko preduzeće pri datim troškovima i cenama proizvodnih faktora koristi četiri jedinice kapitala, koliko maksimalno jedinica rada može zaposliti?

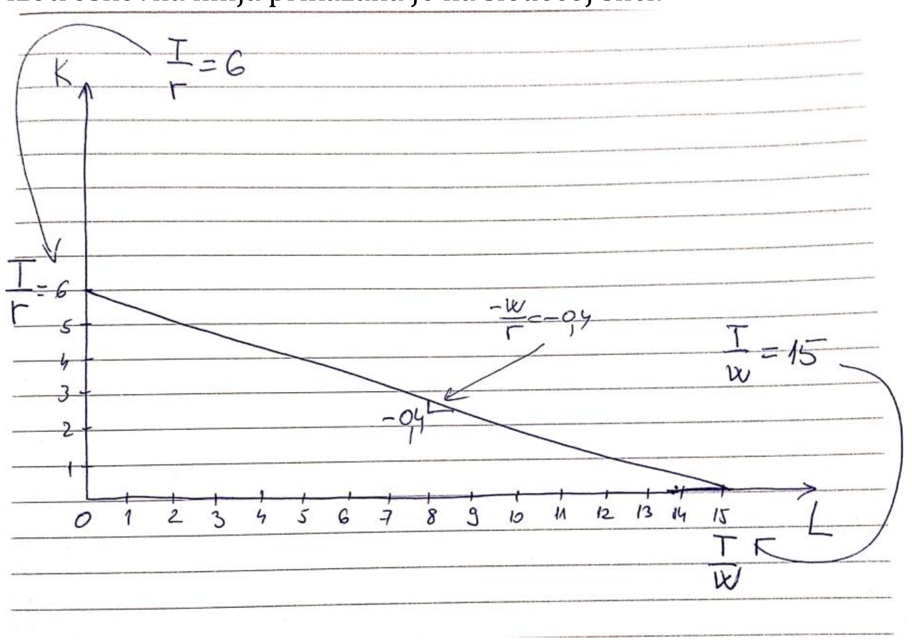
<u>Rešenje:</u>

Dato je sledeće:
r = 5.000
w = 2.000
T = 30.000

Dakle, izotroškovna linija T = w × L + r × K glasi:

30.000 = 2.000L + 5.000K

Izotroškovna linija prikazana je na sledećoj slici:



Napomena: Obavezno prikazati vrednost odsečka na osi L i K, kao i nagib izotroškovne linije.

Ako je K=4, onda koliko može maksimalno biti L?

30.000 = 2.000L + 5.000K

30.000 = 2.000L + 5.000*4

L = 5

Preduzeće može maksimalno zaposliti 5 jedinica rada, pri datim uslovima.

Zadatak 20. Data je proizvodna funkcija $Q = 2LK^{\frac{1}{2}}$. Koja je optimalna kombinacija proizvodnih faktora, ukoliko ukupni troškovi iznose 4.500, cena rada 5, a cena kapitala 15? Koliko iznosi maksimalan obim proizvodnje pri datim ograničenjima?

Rešenje:

Dato je sledeće:

$Q = 2LK^{\frac{1}{2}}$

T = 4.500

w = 5

r = 15

(L^*, K^*)=?

Za optimalnu kombinaciju važi sledeća jednakost:

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_k}{r}$$

$$GP_L = \frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{L}} = \mathrm{Q}'_\mathrm{L} = (2LK^{\frac{1}{2}})'_L = 2K^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{GP}_\mathrm{K} = \frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{K}} = \mathrm{Q}'_\mathrm{K} = (2LK^{\frac{1}{2}})'_K = 2L\frac{1}{2}K^{-\frac{1}{2}} = LK^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_k}{r}$$

$$\frac{2K^{\frac{1}{2}}}{5} = \frac{LK^{-\frac{1}{2}}}{15}$$

$$2 * 15 * K^{\frac{1}{2}} = \frac{5 * L}{K^{\frac{1}{2}}}$$

$$30 * K^{\frac{1}{2}} * K^{\frac{1}{2}} = 5 * L$$

$$30K = 5L$$

$$\underline{\boldsymbol{L = 6K}}$$

Takođe, za optimalnu kombinaciju važi i da se nalazi na izotroškovnoj liniji:

$$T = w * L + r * K$$

$$4.500 = 5 * L + 15 * K$$

Kako je L=6K:

$$4.500 = 5 * 6K + 15 * K = 45K$$

$$\boldsymbol{K} = \frac{4.500}{45} = \mathbf{100}$$

$$\boldsymbol{L} = 6K = 6 * 100 = \mathbf{600}$$

Optimalna kombinacija proizvodnih faktora glasi: (L*,K*)=(600,100).

Maksimalan obim proizvodnje pri datim ograničenjima se postiže kada se u proizvodnji primeni optimalna kombinacija proizvodnih faktora:

$\boldsymbol{Q_{max}} = 2LK^{\frac{1}{2}} = 2 * 600 * 100^{\frac{1}{2}} = \mathbf{12.000}$

Dakle, maksimalan obim proizvodnje iznosi 12.000.

<u>Zadatak 21.</u> Proizvodna funkcija glasi Q=500LK. Ako je cena kapitala 125, a cena rada 50, koliko iznose minimalni troškovi proizvodnje 5.000 jedinica proizvoda?

<u>Rešenje:</u>

Dato je sledeće:

$Q = 500\mathrm{LK}$

w = 50

r = 125

Q = 5.000

(L*,K*)=?

Za optimalnu kombinaciju važi sledeća jednakost:

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_k}{r}$$

$$GP_L = \frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{L}} = \mathrm{Q}'_{\mathrm{L}} = (500\mathrm{LK})'_L = 500\mathrm{K}$$

$$\mathrm{GP_K} = \frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{K}} = \mathrm{Q}'_{\mathrm{K}} = (500\mathrm{LK})'_K = 500\mathrm{L}$$

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_k}{r}$$

$$\frac{\cancel{500}\mathrm{K}}{50} = \frac{\cancel{500}\mathrm{L}}{125}$$

$$125K = 50L$$

$$5K = 2L$$

$$\underline{\boldsymbol{L = 2,5K}}$$

Takođe, za optimalnu kombinaciju važi i da se nalazi na izokvanti:

$$Q = 500\mathrm{LK}$$

$$5.000 = 500\mathrm{LK}$$

$$10 = \mathrm{LK}$$

Kako je L=2,5K:

$$10 = 2{,}5\mathrm{K} * \mathrm{K}$$

$$\frac{10}{2{,}5} = K^2$$

$$4 = K^2$$

$$\boldsymbol{K = 2}$$

$$\boldsymbol{L} = 2{,}5K = 2{,}5 * 2 = \mathbf{5}$$

Optimalna kombinacija proizvodnih faktora glasi: (L^*,K^*)=(5,2).

Minimalni troškovi proizvodnje se postižu kada se u proizvodnji primeni optimalna kombinacija proizvodnih faktora:

$$T_{min} = w * L + r * K$$

$$\boldsymbol{T_{min}} = 50 * 5 + 125 * 2 = \mathbf{500}$$

Dakle, minimalni troškovi proizvodnje 5.000 jedinica iznose 500.

Zadatak 22. Data je proizvodna funkcija $Q = \frac{1}{4}L^{\frac{1}{2}}K^2$. Ukoliko je optimalna kombinacija proizvodnih faktora (L,K)=(20,10) i ukoliko cena rada iznosi 2, koliko onda mora iznositi cena kapitala?

Rešenje:

Dato je sledeće:

$Q = \frac{1}{4}L^{\frac{1}{2}}K^2$

(L,K)=(20,10)

w = 2

r = ?

Za optimalnu kombinaciju važi sledeća jednakost:

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_k}{r}$$

$$GP_L = \frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{L}} = \mathrm{Q}'_{\mathrm{L}} = \left(\frac{1}{4}L^{\frac{1}{2}}K^2\right)'_L = \frac{1}{4}K^2\frac{1}{2}L^{-\frac{1}{2}} = \frac{K^2}{8L^{\frac{1}{2}}}$$

$$\mathrm{GP_K} = \frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{K}} = \mathrm{Q}'_{\mathrm{K}} = \left(\frac{1}{4}L^{\frac{1}{2}}K^2\right)'_K = \frac{1}{4}L^{\frac{1}{2}}2K = \frac{L^{\frac{1}{2}}K}{2}$$

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_k}{r}$$

$$\frac{\frac{K^2}{8L^{\frac{1}{2}}}}{2} = \frac{\frac{L^{\frac{1}{2}}K}{2}}{r}$$

$$\frac{K^2}{8L^{\frac{1}{2}}} * r = \frac{L^{\frac{1}{2}}K}{2} * 2$$

$$\frac{K^2}{K} * r = L^{\frac{1}{2}} * 8L^{\frac{1}{2}}$$

$$K * r = 8 * L$$

$$10 * r = 8 * 20$$

$$r = \frac{160}{10} = 16$$

Cena kapitala mora iznositi 16.