

Osnovi ekonomije – vežbe 7

Tema 30. Pojam troškova:

- ✓ Troškovi proizvodnje su najznačajnija determinanta ponude preduzeća.
- ✓ Za troškove se često kaže da su samo preformulisani način predstavljanja proizvodnje u vrednosnim kategorijama. Karakteristike proizvodnje preduzeća reflektuje se na njegove troškove.
- ✓ Inputi (proizvodni faktori) imaju svoje cene i preduzeće ih mora kupiti na tržištu inputa.
- ✓ Novčani izdaci za kupovinu proizvodnih faktora su troškovi preduzeća.

Tema 31. Fiksni i varijabilni troškovi:

- ✓ Fiksni troškovi (FT) se ne menjaju sa promenom obima proizvodnje i postoje i na nultom obimu proizvodnje.

$$FT = const.$$

- ✓ Primer fiksnih troškova može biti kupovina osnovnih sredstava, proizvodnih postrojenja, mehanizacije ili opreme, npr. kupovina kamiona za transport robe. Bez obzira da li se transportuje 0 tona ili 1.000 tona robe mesečno, trošak kupovine kamiona je isti. Takođe, primer može biti zakup poslovnog prostora, amortizacija transportnih sredstava i dr.
- ✓ Varijabilni troškovi (VT) se menjaju sa promenom obima proizvodnje, oni rastu sa rastom proizvodnje i ne postoje na nultom obimu proizvodnje.

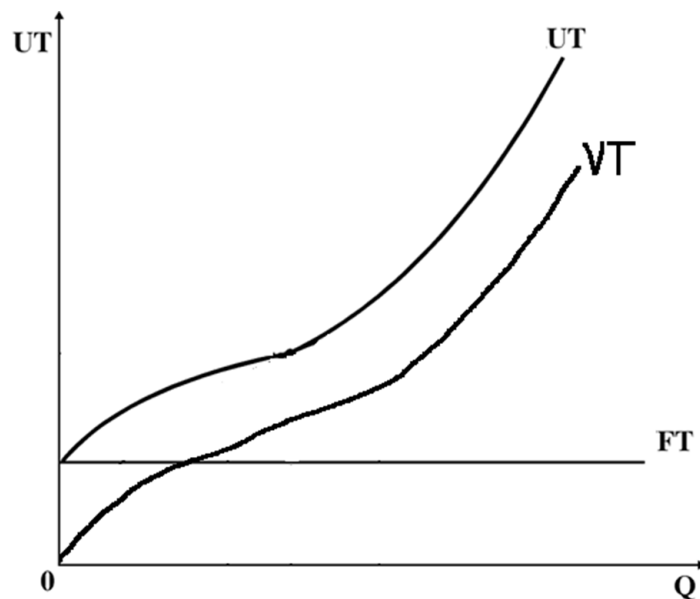
$$VT = f(Q)$$

- ✓ Primer varijabilnih troškova mogu biti troškovi zarada ili troškovi goriva. Dnevnice za rad vozača su veće kada rade više sati, a takođe i potrošnja goriva i troškovi goriva su veći kada se prelazi više kilometara.
- ✓ Ukupni troškovi predstavljaju zbir fiksnih i varijabilnih troškova:

$$UT = FT + VT = f(Q)$$

- ✓ Grafički prikaz funkcije ukupnih troškova (slika 10.2. na str. 127).
 - Kada bismo nacrtali grafikon na kome se na horizontalnoj osi nalazi output, a na vertikalnoj osi troškovi, funkcija fiksnih troškova bi bila paralelna sa horizontalnom osom.
 - Za bilo koji output na horizontalnoj osi, oni su isti, a postoje i na nultom obimu proizvodnje.
 - Sa druge strane, varijabilni troškovi polaze iz nule (kada nema proizvodnje, nema ni ovih troškova).
 - Njihovo dalje kretanje direktno zavisi od odnosa ukupnog proizvoda i varijabilnog inputa (pogledati grafički prikaz proizvodnje sa jednim varijabilnim faktorom, slika 9.3).

- Tu smo videli da u početku u proizvodnji imamo rastuće prinose (svaki novozaposleni radnik doprinosi sve više rastu proizvodnje).
- Shodno tome, svakom novozaposlenom radniku moramo isplatiti zaradu (to je varijabilni trošak za preduzeće), a proizvodnja raste brže od rasta zaposlenosti i varijabilnih troškova zarada.
- S obzirom da je varijabilni trošak na vertikalnoj osi, a proizvodnja na horizontalnoj osi, funkcija varijabilnog troška na početku (dok traju rastući prinosi) raste po opadajućoj stopi.
- Sa druge strane, kada nastupe opadajući prinosi u proizvodnji (svaki novozaposleni radnik doprinosi rastu proizvodnje sve manje i manje), onda mi svakog radnika moramo i dalje da platimo koliko iznosi njegova zarada, a proizvodnja raste sve sporije i sporije. Tada, dakle, varijabilni troškovi rastu po rastućoj stopi.
- Ukupni troškovi imaju isto kretanje kao i varijabilni jer su oni zbir varijabilnih i fiksnih troškova, odnosno varijabilnih troškova i neke fiksne komponente (konstante).



Tema 32. Prosečni i granični troškovi:

- ✓ Prosečni troškovi su troškovi po jedinici proizvodnje, odnosno proizvedenog outputa.
- ✓ Prosečni fiksni troškovi (PFT) predstavljaju fiksne troškove po jedinici proizvodnje:

$$PFT = \frac{FT}{Q}$$

- ✓ Prosečni varijabilni troškovi (PVT) predstavljaju varijabilne troškove po jedinici proizvodnje:

$$PVT = \frac{VT}{Q}$$

- ✓ Prosečni ukupni troškovi (PUT) predstavljaju ukupne troškove po jedinici proizvodnje, odnosno predstavljaju zbir prosečnih fiksnih i prosečnih varijabilnih troškova:

$$PUT = \frac{UT}{Q}$$

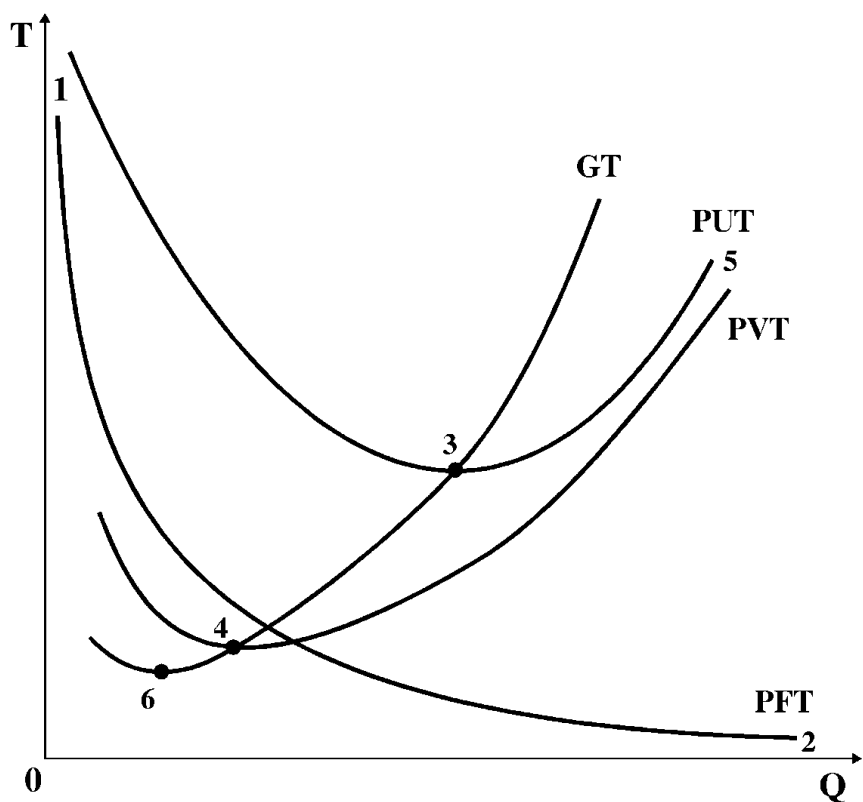
$$PUT = \frac{FT + VT}{Q} = \frac{FT}{Q} + \frac{VT}{Q} = PFT + PVT$$

- ✓ Granični troškovi (GT) predstavljaju promenu ukupnih troškova pri jediničnoj promeni obima proizvodnje. Oni su jednaki graničnim varijabilnim troškovima i nisu ni u kakvoj vezi sa fiksnim troškovima:

$$GT = \frac{\Delta UT}{\Delta Q}$$

$$GT = \frac{\Delta(FT + VT)}{\Delta Q} = \frac{\Delta FT + \Delta VT}{\Delta Q} = \frac{\Delta VT}{\Delta Q}$$

- ✓ Grafički prikaz prosečnih i graničnih troškova (slika 10.4. na str. 129).
 - Iz kretanja fiksnih troškova (slika iznad) izvodi se funkcija prosečnih fiksnih troškova. Kako su fiksni troškovi isti za svaki obim proizvodnje, sa rastom obima proizvodnje prosečni fiksni troškovi opadaju i asimptotski se približavaju horizontalnoj osi.
 - S obzirom da varijabilni troškovi najpre rastu po opadajućoj, a zatim po rastućoj stopi (slika iznad), prosečni varijabilni troškovi sa rastom outputa prvo opadaju, dostižu minimum, pa onda rastu.
 - Kako je priroda kretanja ukupnog troška ista kao i varijabilnog troška (slika iznad), i prosečni ukupni troškovi sa rastom outputa prvo opadaju, dostižu minimum i onda rastu. S obzirom da su prosečni ukupni troškovi zbir prosečnih fiksnih i prosečnih varijabilnih troškova, za bilo koji nivo outputa funkcija prosečnih ukupnih troškova mora biti iznad funkcija prosečnih fiksnih i prosečnih varijabilnih troškova.
 - Granični troškovi prvo opadaju, dostižu minimum, a zatim rastu. Ova funkcija seče funkciju prosečnog varijabilnog i prosečnog ukupnog troška u tačkama njihovih minimuma (analogno odnosu graničnog i prosečnog proizvoda u proizvodnji – kada god je granična veličina manja od proseka, prosek opada, a kada je granična veličina veća od proseka, onda prosek raste).



Zadatak 23. U tabeli su dati varijabilni troškovi (VT) transportnog preduzeća u zavisnosti od obima proizvodnje (Q). Ukoliko fiksni troškovi iznose 120, izračunajte koliko iznose ukupni troškovi (UT) i granični troškovi (GT) za svaki obim proizvodnje, kao i koliko iznose prosečni fiksni (PFT), prosečni varijabilni (PVT) i prosečni ukupni troškovi (PUT) za svaki obim proizvodnje.

Q	VT
0	0
1	50
2	130
3	240
4	400
5	660

Rešenje:

Imajući u vidu zahtev zadatka, treba popuniti sledeću tabelu:

Q	VT	UT	GT	PFT	PVT	PUT
0	0					
1	50					
2	130					
3	240					
4	400					
5	660					

Ukupni troškovi (UT) jednaki su zbiru fiksnih i varijabilnih troškova: **UT=FT+VT**.

Fiksni troškovi su jednaki za svaki nivo proizvodnje i postoje i na nultom obimu proizvodnje (za razliku od varijabilnih, koji zavise od obima proizvodnje i na nultom obimu iznose uvek 0, odnosno ne postoje).

Dakle, ukupni troškovi iznose:

$$UT_0 = 120 + 0 = 120$$

$$UT_1 = 120 + 50 = 170$$

$$UT_2 = 120 + 130 = 250$$

$$UT_3 = 120 + 240 = 360$$

$$UT_4 = 120 + 400 = 520$$

$$UT_5 = 120 + 660 = 780$$

Q	VT	UT	GT	PFT	PVT	PUT
0	0	120				
1	50	170				
2	130	250				
3	240	360				
4	400	520				
5	660	780				

Granični troškovi (GT) predstavljaju promenu ukupnih troškova pri jediničnoj promeni obima proizvodnje. Dakle:

$$\mathbf{GT} = \frac{\Delta \mathbf{UT}}{\Delta \mathbf{Q}} = \frac{\Delta(\mathbf{FT} + \mathbf{VT})}{\Delta \mathbf{Q}} = \frac{\Delta \mathbf{FT} + \Delta \mathbf{VT}}{\Delta \mathbf{Q}}, \text{ a kako je } \Delta \mathbf{FT} = 0, \text{ onda } \mathbf{GT} = \frac{\Delta \mathbf{VT}}{\Delta \mathbf{Q}}$$

Granični troškovi iznose:

GT₀ – ne postoje

$$GT_1 = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} = \frac{UT_1 - UT_0}{Q_1 - Q_0} = \frac{170 - 120}{1 - 0} = 50$$

Kada povećamo obim proizvodnje sa 0 na 1, troškovi se povećavaju za 50. Dakle, povećanje troškova za 50 je rezultat proizvodnje prve jedinice proizvoda ili usluga.

$$GT_2 = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} = \frac{UT_2 - UT_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{250 - 170}{2 - 1} = 80$$

Kada povećamo obim proizvodnje sa 1 na 2, troškovi se povećavaju za 80. Dakle, povećanje troškova za 80 je rezultat proizvodnje druge jedinice proizvoda ili usluga.

$$GT_3 = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} = \frac{UT_3 - UT_2}{Q_3 - Q_2} = \frac{360 - 250}{3 - 2} = 110$$

Kada povećamo obim proizvodnje sa 2 na 3, troškovi se povećavaju za 110. Dakle, povećanje troškova za 110 je rezultat proizvodnje treće jedinice proizvoda ili usluga.

$$GT_4 = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} = \frac{UT_4 - UT_3}{Q_4 - Q_3} = \frac{520 - 360}{4 - 3} = 160$$

Kada povećamo obim proizvodnje sa 3 na 4, troškovi se povećavaju za 160. Dakle, povećanje troškova za 160 je rezultat proizvodnje četvrte jedinice proizvoda ili usluga.

$$GT_5 = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} = \frac{UT_5 - UT_4}{Q_5 - Q_4} = \frac{780 - 520}{5 - 4} = 260$$

Kada povećamo obim proizvodnje sa 4 na 5, troškovi se povećavaju za 260. Dakle, povećanje troškova za 260 je rezultat proizvodnje pete jedinice proizvoda ili usluga.

Isti rezultati bi se dobili i kada bismo koristili formulu sa varijabilnim troškovima:

$$GT = \frac{\Delta VT}{\Delta Q}$$

Q	VT	UT	GT	PFT	PVT	PUT
0	0	120	-			
1	50	170	50			
2	130	250	80			
3	240	360	110			
4	400	520	160			
5	660	780	260			

Prosečni fiksni troškovi (PFT) predstavljaju fiksne troškove po jedinici proizvodnje. Izračunavaju se na sledeći način:

$$PFT = \frac{FT}{Q}$$

Prosečni fiksni troškovi iznose:

$$PFT_1 = \frac{FT}{Q} = \frac{120}{1} = 120$$

$$PFT_2 = \frac{FT}{Q} = \frac{120}{2} = 60$$

$$PFT_3 = \frac{FT}{Q} = \frac{120}{3} = 40$$

$$PFT_4 = \frac{FT}{Q} = \frac{120}{4} = 30$$

$$PFT_5 = \frac{FT}{Q} = \frac{120}{5} = 24$$

Prosečni variabilni troškovi (PVT) predstavljaju variabilne troškove po jedinici proizvodnje. Izračunavaju se na sledeći način:

$$\mathbf{PVT} = \frac{\mathbf{VT}}{\mathbf{Q}}$$

Prosečni fiksni troškovi iznose:

$$PVT_1 = \frac{VT}{Q} = \frac{50}{1} = 50$$

$$PVT_2 = \frac{VT}{Q} = \frac{130}{2} = 65$$

$$PVT_3 = \frac{VT}{Q} = \frac{240}{3} = 80$$

$$PVT_4 = \frac{VT}{Q} = \frac{400}{4} = 100$$

$$PVT_5 = \frac{VT}{Q} = \frac{660}{5} = 132$$

Prosečni ukupni troškovi (PUT) predstavljaju ukupne troškove po jedinici proizvodnje. Izračunavaju se na sledeći način:

$$\mathbf{PUT} = \frac{\mathbf{UT}}{\mathbf{Q}}, \text{ a kako je } UT = FT + VT: \mathbf{PUT} = \frac{FT + VT}{Q} = \frac{FT}{Q} + \frac{VT}{Q} = \mathbf{PFT} + \mathbf{PVT}$$

Prosečni ukupni troškovi iznose:

$$PUT_1 = \frac{UT}{Q} = \frac{170}{1} = 170$$

$$PUT_2 = \frac{UT}{Q} = \frac{250}{2} = 125$$

$$PUT_3 = \frac{UT}{Q} = \frac{360}{3} = 120$$

$$PUT_4 = \frac{UT}{Q} = \frac{520}{4} = 130$$

$$PUT_5 = \frac{UT}{Q} = \frac{780}{5} = 156$$

Isti rezultati za ukupne troškove bi se dobili i sabiranjem prosečnih fiksnih i prosečnih variabilnih troškova.

Prosečne troškove (PFT, PVT i PUT) ne računamo za nulti obim proizvodnje (ne delimo sa nulom)!

Konačno rešenje je prikazano u tabeli:

Q	FT	VT	UT	GT	PFT	PVT	PUT
0	120	0	120	-	-	-	-
1	120	50	170	50	120	50	170
2	120	130	250	80	60	65	125
3	120	240	360	110	40	80	120
4	120	400	520	160	30	100	130
5	120	660	780	260	24	132	156

Zadatak 24. Data je funkcija ukupnih troškova $UT = 13Q - 6Q^2 + Q^3$. Odredite za koji obim proizvodnje su prosečni ukupni troškovi minimalni i pokažite da su na tom obimu proizvodnje prosečni jednaki graničnim troškovima.

Rešenje:

Prosečni ukupni troškovi su jednaki:

$$PUT = \frac{UT}{Q} = \frac{13Q - 6Q^2 + Q^3}{Q} = 13 - 6Q + Q^2$$

Da bismo videli za koji obim proizvodnje (za koje Q) su PUT minimalni, treba uraditi prvi izvod funkcije i izjednačiti ga sa nulom.

$$PUT' = \frac{\partial UT}{\partial Q} = -6 + 2Q = 0$$

Odnosno: $Q=3$. Dakle, za obim proizvodnje $Q=3$, prosečni ukupni troškovi imaju ekstremnu vrednost.

Da je u pitanju minimum, potvrđuje nam vrednost drugog izvoda koja je veća od nule:

$$PUT'' = (-6 + 2Q)' = 2 > 0$$

Prosečni ukupni troškovi za ovaj obim proizvodnje iznose:

$$PUT_{(za\ Q=3)} = 13 - 6Q + Q^2 = 13 - 6 \cdot 3 + 3^2 = 4$$

Granični troškovi za ovaj obim proizvodnje iznose:

$$GT = \frac{\Delta UT}{\Delta Q}, \text{ odnosno kod neprekidnih funkcija } GT = \frac{\partial UT}{\partial Q}$$

$$GT = \frac{\partial UT}{\partial Q} = (13Q - 6Q^2 + Q^3)' = 13 - 12Q + 3Q^2$$

$$GT_{(za\ Q=3)} = 13 - 12Q + 3Q^2 = 13 - 12 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 = 4$$

Dakle, potvrđujemo da važi jednakost $PUT_{(za\ Q=3)} = GT_{(za\ Q=3)}$. Odnosno, da su granični troškovi jednaki prosečnim ukupnim troškovima u tački minimuma prosečnih ukupnih troškova! (Videti sliku 10.4. na 129. strani u udžbeniku).

Zadatak 25. Data je funkcija ukupnih troškova $UT = 17Q - 8Q^2 + 4Q^3$. Ukoliko preduzeće proizvodi tri jedinice proizvoda, da li su tada prosečni troškovi minimalni? Ukoliko nisu, šta treba uraditi da bi se minimizirali prosečni troškovi i koliko tada iznose granični troškovi?

Rešenje:

Prosečni ukupni troškovi su jednaki:

$$PUT = \frac{UT}{Q} = \frac{17Q - 8Q^2 + 4Q^3}{Q} = 17 - 8Q + 4Q^2$$

Da bismo proverili da li su PUT minimalni za $Q=3$, treba da vidimo za koje Q su oni minimalni. Da bismo videli za koji obim proizvodnje (za koje Q) su PUT minimalni, treba uraditi prvi izvod funkcije i izjednačiti ga sa nulom.

$$PUT' = \frac{\partial UT}{\partial Q} = -8 + 8Q = 0$$

Odnosno: $Q=1$. Dakle, za obim proizvodnje $Q=3$, prosečni troškovi nisu minimalni.

Šta treba uraditi? Pa treba smanjiti obim proizvodnje sa 3 na 1 jedinicu, odnosno smanjiti obim proizvodnje za dve jedinice.

Granični troškovi za ovaj obim proizvodnje iznose:

$$GT = \frac{\Delta UT}{\Delta Q}, \text{ odnosno kod neprekidnih funkcija } GT = \frac{\partial UT}{\partial Q}$$

$$GT = \frac{\partial UT}{\partial Q} = (17Q - 8Q^2 + 4Q^3)' = 17 - 16Q + 12Q^2$$

$$GT_{(za\ Q=1)} = 17 - 16Q + 12Q^2 = 17 - 16 \cdot 1 + 12 \cdot 1^2 = 13$$

Granični troškovi za obim proizvodnje za koji su prosečni troškovi minimalni iznose 13.

Napomena: Proveriti da li su GT za $Q=1$ jednaki PUT za $Q=1$.