UNIVERZITET U BEOGRADU
SAOBRAĆAJNI FAKULTET

ELEKTROTEHNIKA
- ŠKOLSKA 2026/2027 -

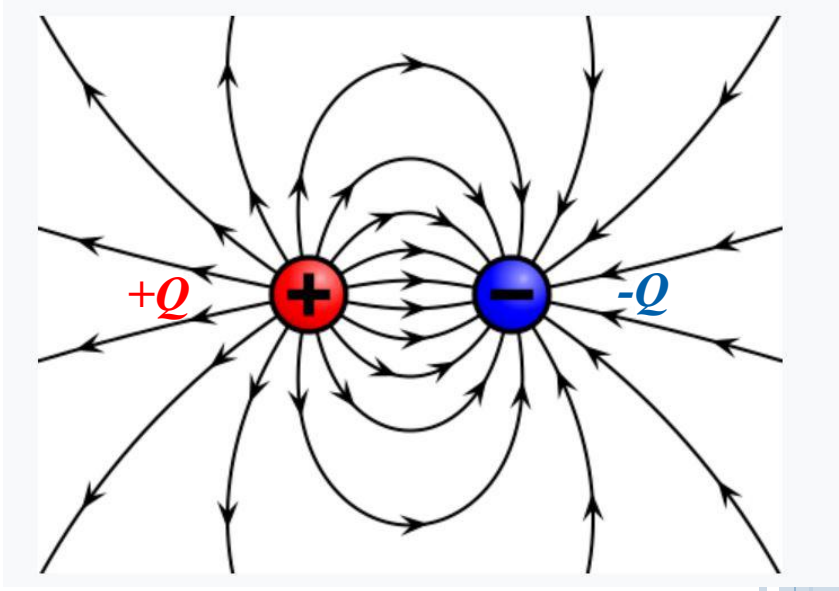
1. "ELEKTROSTATIKA"
- KONDENZATORI -

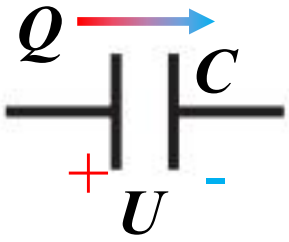
KONDENZATOR

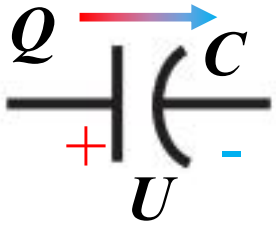
- Kondenzator se sastoji iz dve provodne ploče naelektrisane suprotnom količinom naelektrisanja, koje su razdvojene dielektrikom (izolator koji ima svojstvo polarizacije).
- Osnovna osobina je da skladišti energiju električnog polja. Osnovni parametar kondenzatora je kapacitivnost (kapacitet):

C=Q/U (=konstanta!)

- Q je naelektrsanje elektroda, a U napon između njih.
- Jedinica za kapacitivnost je Farad [F].
- Oznake u šemi:



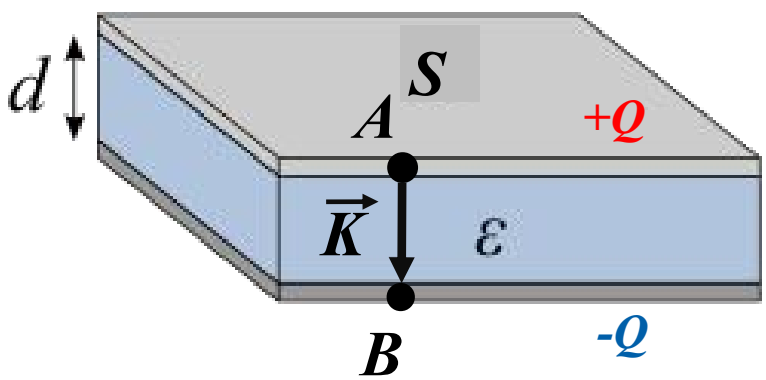




Usaglašeni referentni smer: *smer dotoka "zamišljenog pozitivnog naelektrisanja" je ka (+) ploči, a isto toliko pozitivno naelektrisanje odlazi sa (-) poloče i ona postaje negativna.*

Kapacitivnost pločastog kondenzatora

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$



- Polje između ploča kondenzatora:

$$K = K_{(+Q)} - K_{(-Q)} = 2K_{(+Q)} = 2 \bullet \frac{\sigma}{2\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Q}{\varepsilon S}$$

- A napon između tačaka A (na pozitivnoj ploči) i B (na negativnoj ploči):

$$U = U_{AB} = \int_A^B \vec{K} \bullet d\vec{l} = \vec{K} \bullet \overrightarrow{AB} = Kd = \frac{Qd}{\varepsilon S}$$

- *Napomena*: polje $\vec{K}$ je homogeno - konstantno svuda u prostoru između ploča.
- Tada je kapacitivnost pločastog kondenzatora:

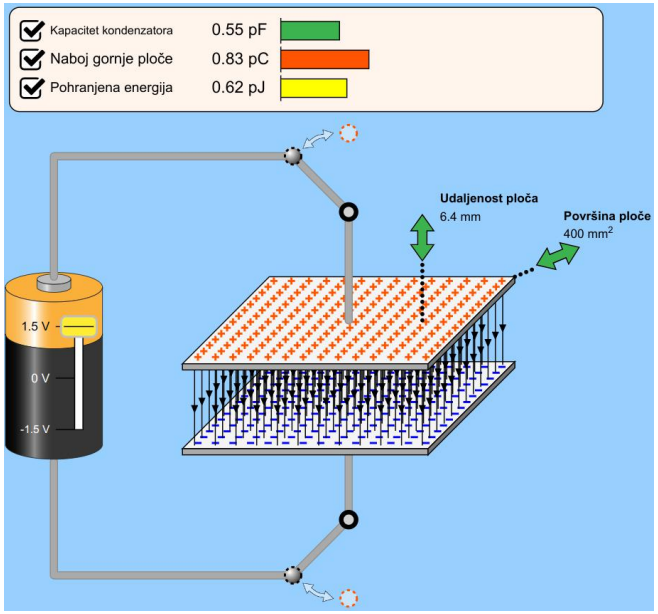
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\varepsilon S}} = \frac{\varepsilon S}{d}$$

PUNJENJE KONDENZATORA

- Da bi se kondenzator opteretio neophodnno je da postoji generator (baterija) koja će sa jedne elektrode "čupati" elektrone i prebacivati ih na drugu elektrodu savlađujući pritom sile električnog polja.
- Rad koji se tom prilikom izvršio akumuliran je u vidu energije elektrostatičkog polja *W=A*:

$$dW = udq = \frac{q}{C}dq$$

$$W = \int_0^Q \frac{qdq}{C} = \frac{1}{2C}q^2\Big|_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$$



https://phet.colorado.edu/sims/html/capacitor-lab-basics/latest/capacitor-lab-basics_hr.html

REALNO PUNJENJE KONDENZATORA

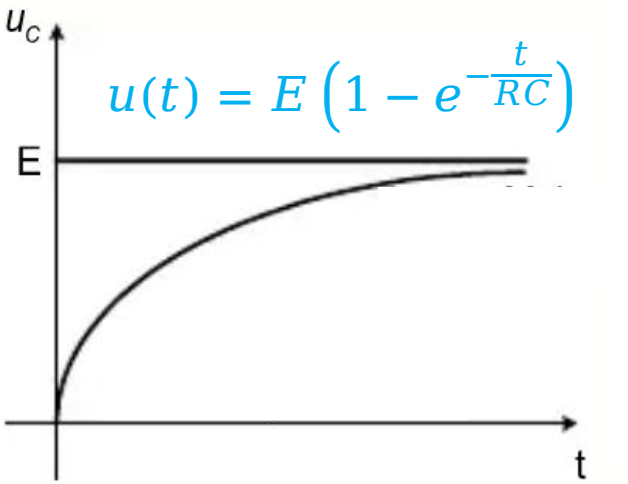
- Prekidač se prebaci u položaj **(1)**.
- Kroz kondenzator protiču naelektrisanja koja daju struju:

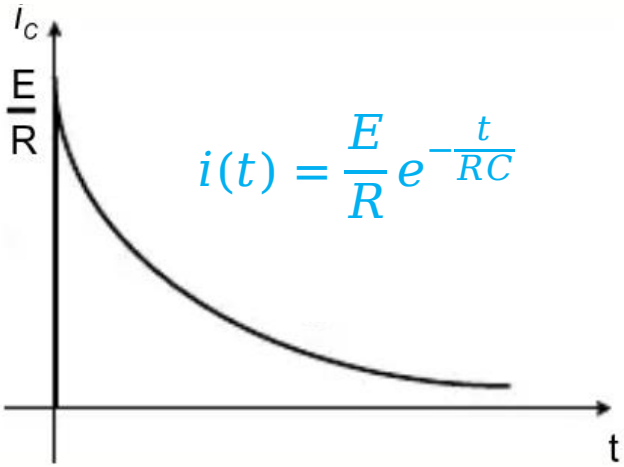
$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

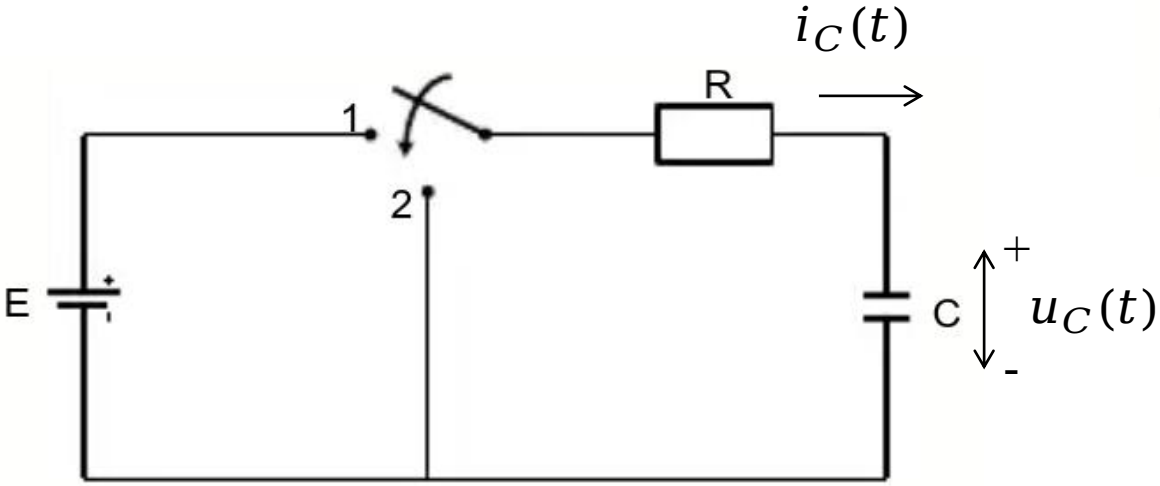
- Napon kondenzatora raste po eksponencijalnom zakonu:

$$u(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

- Vremenska konstanta punjenja: $\tau = RC$.







Parametar ***R*** je otpornost i modeluje energetske gubitke

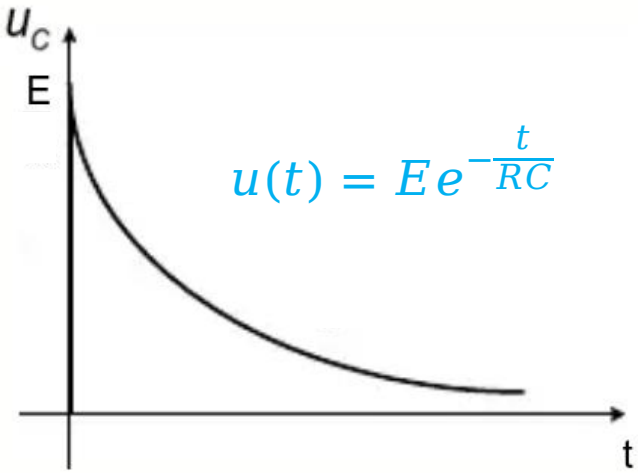
REALNO PRAŽNJENJE KONDENZATORA

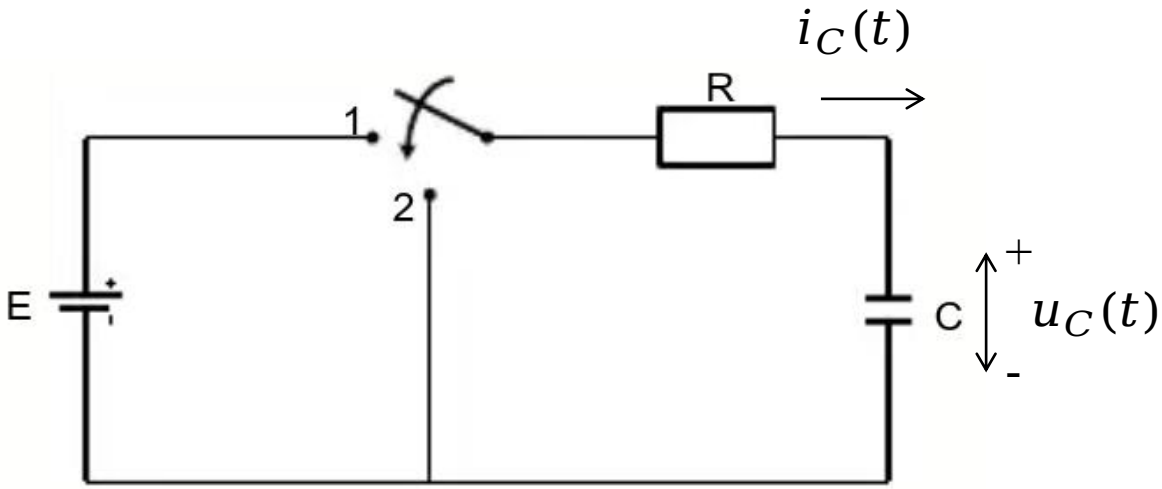
- Prekidač se prebaci u položaj **(2)**.
- Kondenzator se prazni i napon kondenzatora opada po eksponencijalnom zakonu:

$$u(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$$

- Vremenska konstanta pražnjenja je u ovom slučaju ista kao i za punjenje: $\tau = RC$.
- Protok naelektrisanja (struja) je suprotnog smera tokom pražnjenja kondenzatora:

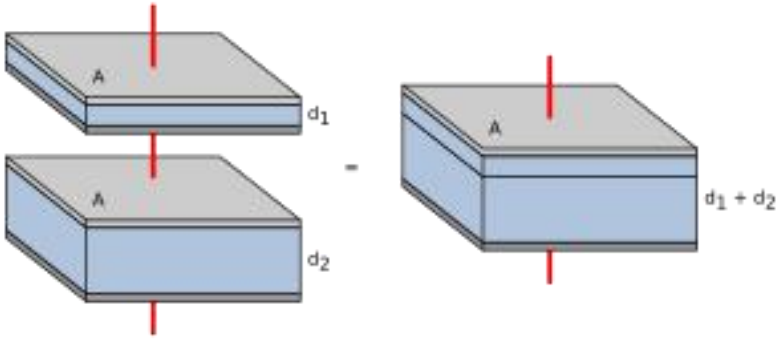
$$i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$





Parametar ***R*** je otpornost i modeluje energetske gubitke

REDNA VEZA KONDENZATORA

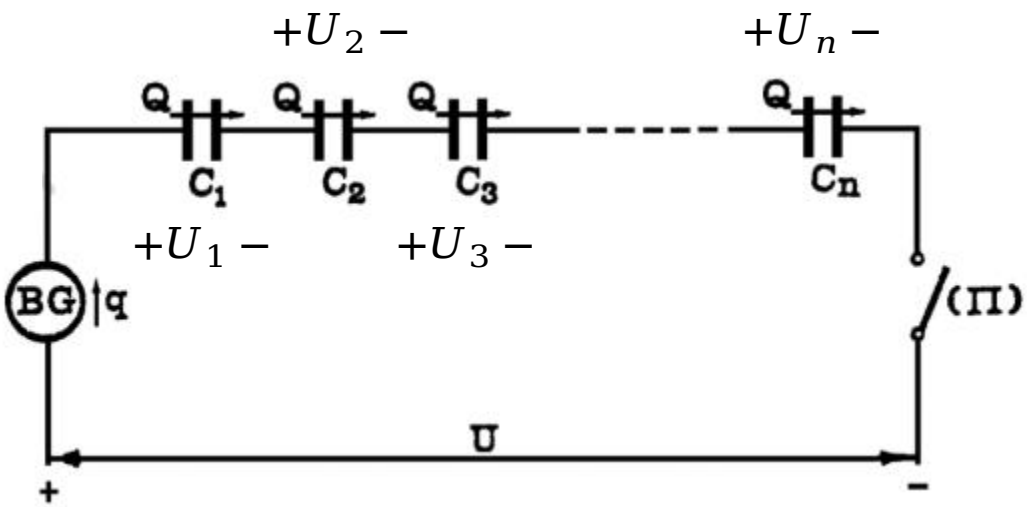


- Za ekvivalentni kondenzator važi:

$$U = \frac{1}{C_e} Q$$

- Ekvivalentna kapacitivnost je:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$



REDNA VEZA KONDENZATORA (IZVOĐENJE)

- Kroz balistički galvanometar (BG) i kroz sve kondenzatore je proteklo isto naelektrisanje:

$$q = Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_n = Q$$

- Napon na krajevima serijske veze kondenzatora je:

$$U = U_{(+)(-)} = \int_{(+)}^{(-)} \vec{K}\,\vec{dl}$$

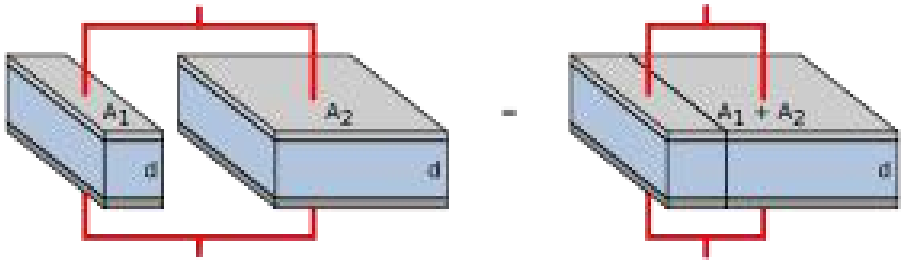
- Elektrčno polje *K* jednako je nuli (zanemarljivo je malo) u provodnicima (žicama koje povezuju elemente kola na slici), kao i u balističkom galvanometru (BG) i prekidaču, pa je:

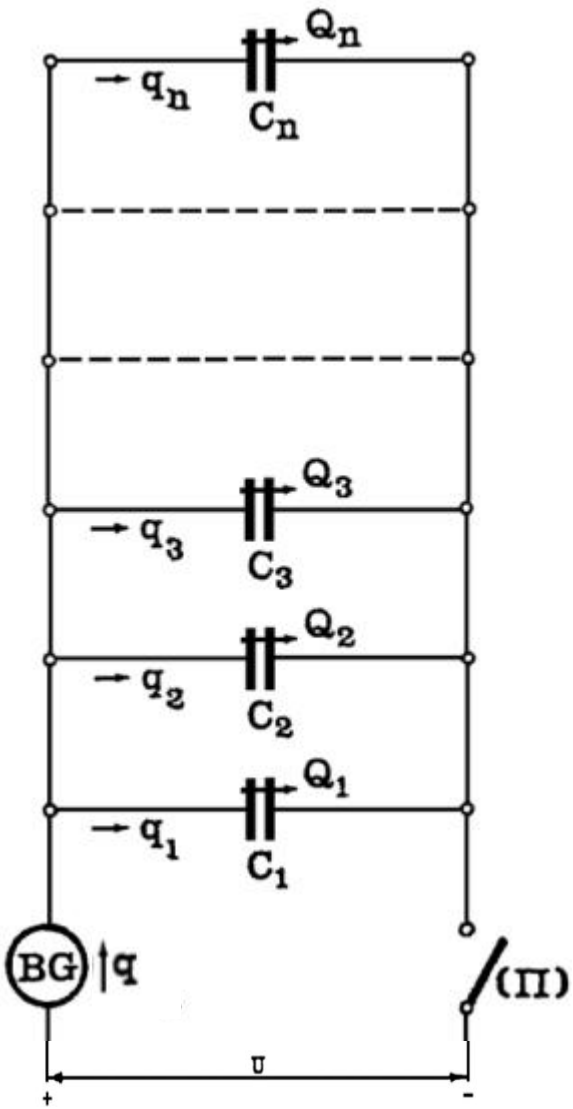
$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

$$U = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \cdots + \frac{Q_n}{C_n}$$

$$U = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right) Q$$

PARALELNA VEZA KONDENZATORA





- Za ekvivalentni kondenzator važi:

$$Q = C_e U$$

- Ekvivalentna kapacitivnost je:

$$\boldsymbol{C_e = C_1 + C_2 + \cdots + C_n}$$

Paralelna veza kondenzatora (izvođenje)

- Naelektrisanje proteklo kroz BG je:

$$q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$$

- Ako su kondenzatori bili neopterećeni pre zatvaranja prekidača, tada je opterećenje ekvivalentnog kondenzatora (q=Q, q_1=Q_1, ...):

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n$$

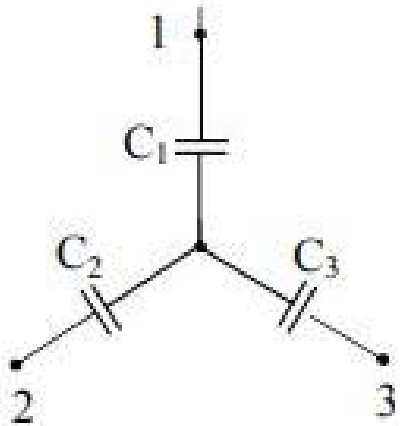
$$Q = C_1U_1 + C_2U_2 + \cdots + C_nU_n$$

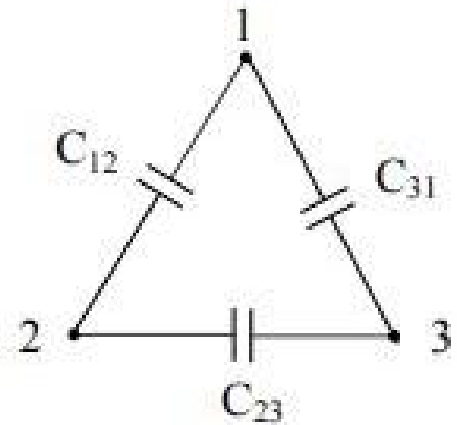
- Na svim kondenzatorima je isti napon U pa je:

$$Q = (C_1 + C_2 + \cdots + C_n)U$$

TRANSFORMACIJA: TROUGAO <=> ZVEZDA

- Ukoliko ne postoje redne i paralelne veze, tada treba potražiti truglove ili zvezde i izvršiti transformaciju zvezde u trougao ili obrnuto!





$$C_1 = C_{12} + C_{31} + \frac{C_{12}C_{31}}{C_{23}}$$

$$C_2 = C_{12} + C_{23} + \frac{C_{12}C_{23}}{C_{31}}$$

$$C_3 = C_{23} + C_{31} + \frac{C_{23}C_{31}}{C_{12}}$$

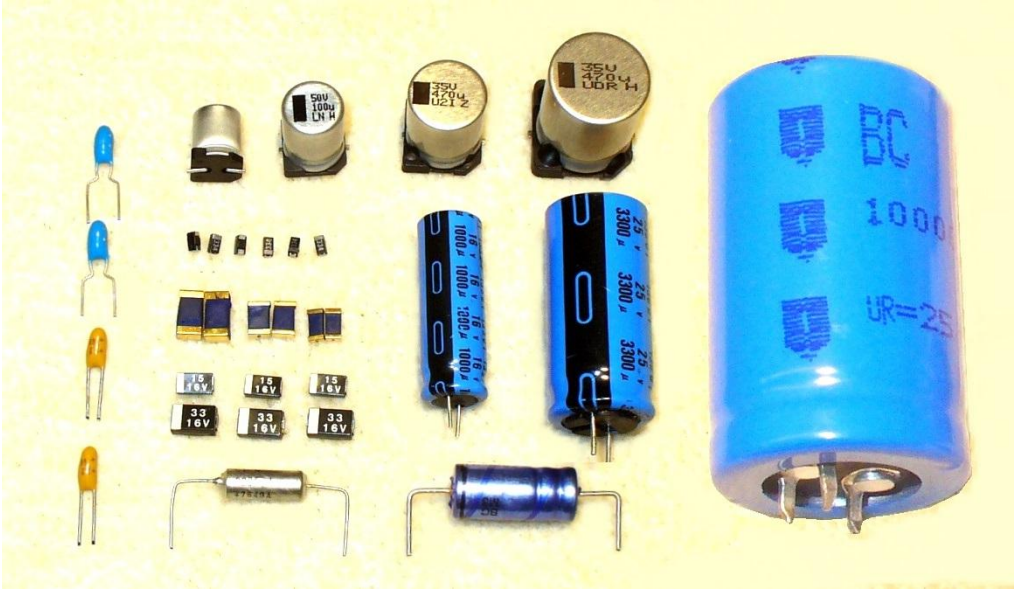
$$C_{12} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{23} = \frac{C_2C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{31} = \frac{C_3C_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

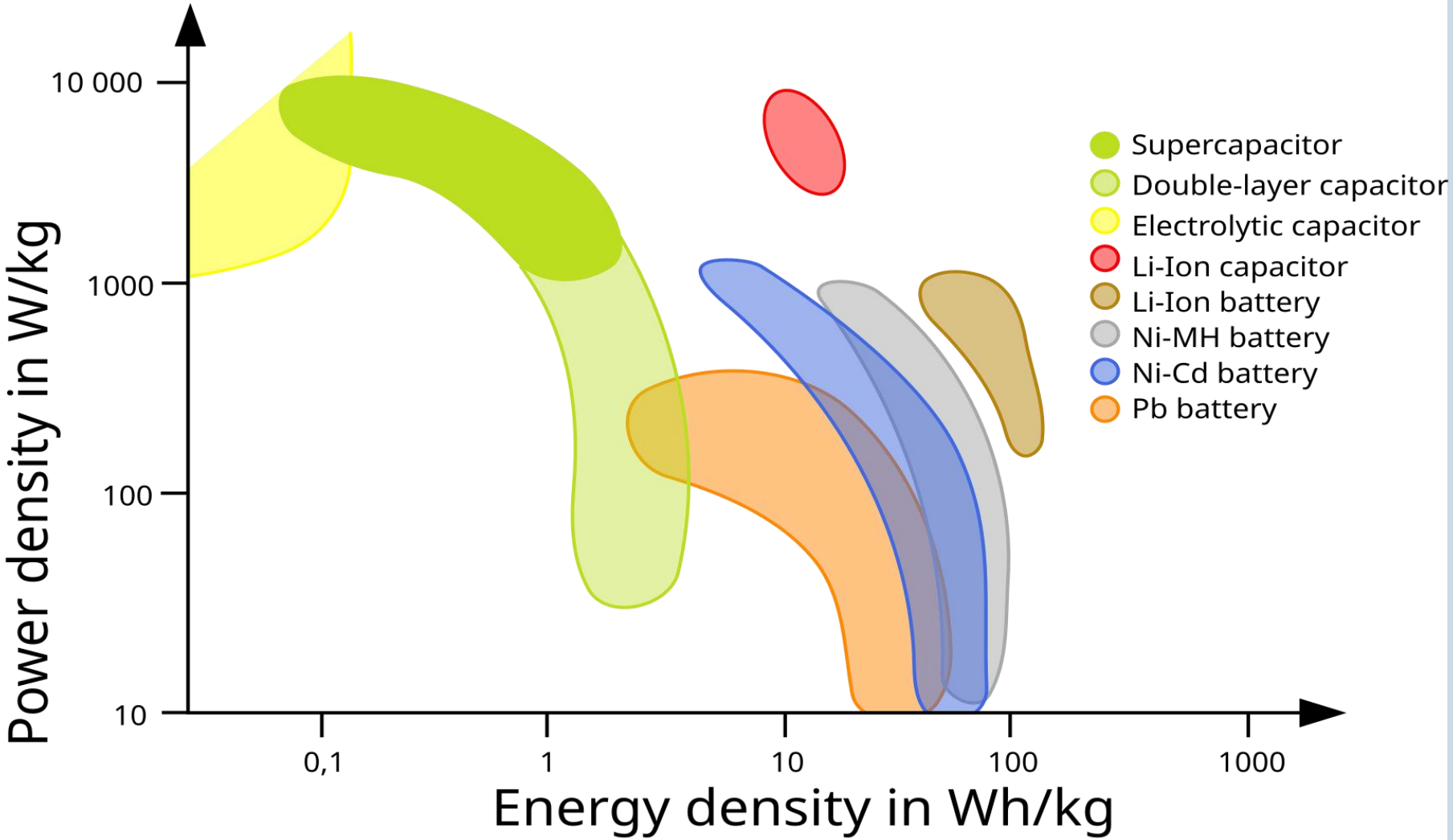
PRIMENA KONDENZATORA

- U analognoj elektronici za konstrukciju kola za filtriranje komunikacionih signala, ...
- U digitalnoj elektronici za DRAM memorije, ...
- U energetskoj elektronici i energetici za konstrukciju energetskih pretvarača, popravku faktora snage, privremena napajanja (engl. UPS - *Uninterruptible Power Supply*), ...
- Kod električnih vozila gde se zahteva vrlo brzo punjenje i pražnjenje (isporuka velike energije u kratkom intervalu tj. velika snaga) koje ne mogu da obezbede barerije -> superkondenzatori.



PRIMENA KONDENZATORA

- Baterije mogu da proizvedu/skladište više energije (jedinica za energiju je ovde Wh = 3600 J) za istu masu, a kondenzatori mogu brže da je isporuče (veća je snaga $P = \mathrm{d}W/\mathrm{d}t$ - jedinica za snagu je W).



PRIMERI

1. Pločasti kondenzator kapacitivnosti C=1 nF je priključen je na napon U=10 V. Kondenzator se sastoji od kvadratnih ploča stranice 1 cm koje su na međusobnom rastojanju od 1 mm. Odrediti naelektrisanje kondenzatora, dielektričnu konstantu, intenzitet vektora električnog polja i energiju akumuliranu u kondenzatoru i silu kojom se privlače ploče kondenzatora. **(6 poena)**

2. Kondenzator C sastoji se od dve paralelne ploče oblika pravougaonika stranica a = 5 cm i b = 20 cm i rastojanja između ploča d = 0.01 mm. Poznato je da je kapacitivnost kondenzatora $C = 100\,\text{nF}$ i da je napon između ploča kondenzatora U = 10 V.

a) Odrediti količinu naelektrisanja Q kojom je opterećen kondenzator i elektrostatičku energiju kondenzatora W_c. **(2 poena)**

b) Odrediti dielektričnu konstantu ε i električno polje K u dielektriku kondenzatora. **(4 poena)**

3. Pločasti kondenzator je priključen na idealni naponski generator i pri tome je poznato da energija elektrostatičkog polja kondenzatora iznosi $\boldsymbol{W_C}$. Ako je kondenzator sve vreme priključen na generator, odrediti energiju kondenzatora kada se rastojanje između ploča poveća za 50%. **(6 poena)**

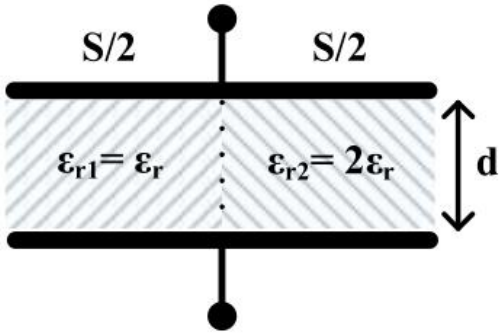
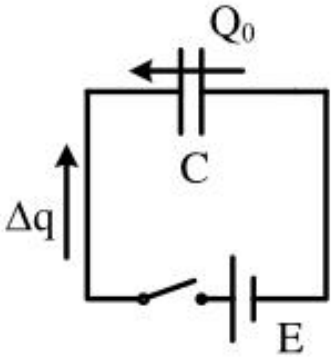
4. Pločasti kondenzator je priključen na idealni naponski generator i pri tome je poznato da energija elektrostatičkog polja kondenzatora iznosi W_{C1} = 1 mJ. Kondenzator se zatim **<u>isključi sa generatora</u>** i rastojanje između ploča kondenzatora se poveća za 100%. Odrediti novu vrednost energije kondenzatora W_{C2}. **(6 poena)**

PRIMERI

5. **(6 poena)** Dvadeset identičnih kondenzatora, kapacitivnosti C, vezani su paralelno i priključeni na generator elektromotorne sile E. Odrediti energiju svakog pojedinačnog kondenzatora W_C i energiju cele grupe W_{C20}. Pre povezivanja, kondenzatori su bili neopterećeni.

6. **(6 poena)** Deset identičnih kondenzatora, kapacitivnosti C, vezani su redno i priključeni na generator elektromotorne sile E. Odrediti energiju svakog pojedinačnog kondenzatora W_C i energiju cele grupe W_{C10}. Pre povezivanja, kondenzatori su bili neopterećeni.

7. **(6 poena)** Pločasti kondenzator se sastoji iz dve horizontalne paralelne ploče površine S koje se nalaze na rastojanju d. Između ploča se nalazi dvoslojni dielektrik koji deli kondenzator vertikalno na dva jednaka dela kao na slici. Relativna dielektrična konstanta dielektrika u levoj polovini kondenzatora je $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_r$, a u desnoj $\varepsilon_{r2} = 2\varepsilon_r$. Izračunati kapacitivnost ovog kondenzatora, ako su poznati parametri: S, d i ε_r.



8. **(6 poena)** Odrediti količinu naelektrisanja Δq koja će proteći nakon zatvaranja prekidača, ako je kondenzator kapacitivnosti $C = 5\,\text{nF}$ prethodno bio opterećen količinom naelektrisanja $Q_0 = 20\,\text{nC}$. Ems generatora iznosi $E = 20\,\text{V}$. Koliko iznosi rad generatora, A_E, nakon zatvaranja prekidača?