



UNIVERZITET U BEOGRADU  
SAOBRAĆAJNI FAKULTET

# ELEKTROTEHNIKA

## - ŠKOLSKA 2025/2026 -

### **1. “ELEKTROSTATIKA”**

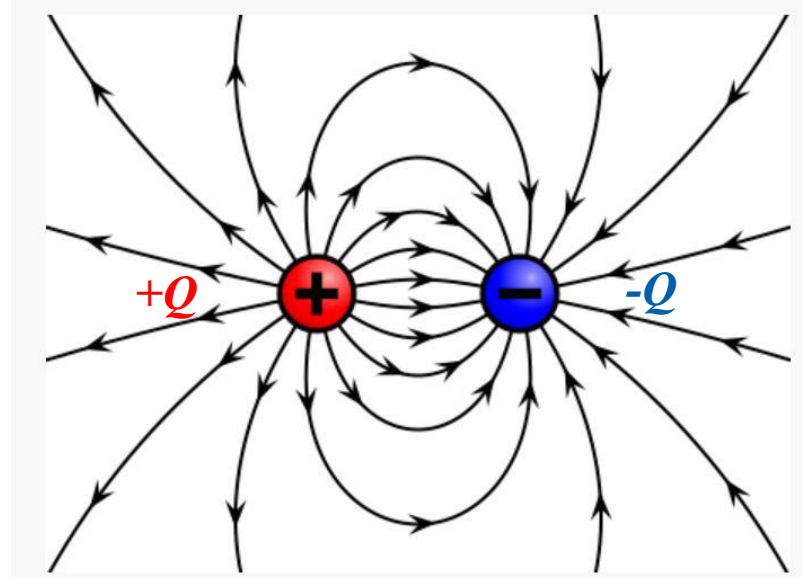
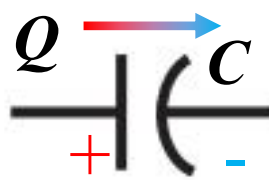
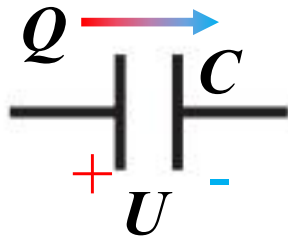
#### **- KONDENZATORI -**

# KONDENZATOR

- Kondenzator se sastoji iz dve provodne ploče naelektrisanе suprotnom količinom naelektrisanja, koje su razdvojene dielektrikom.
- Osnovna osobina je da skladišti energiju električnog polja. Osnovni parametar kondenzatora je kapacitivnost (kapacitet):

$$C = Q/U \text{ (=konstanta!)}$$

- $Q$  je naelektrisanje elektroda, a  $U$  napon između njih.
- Jedinica za kapacitivnost je Farad [F].
- Oznake u šemi:

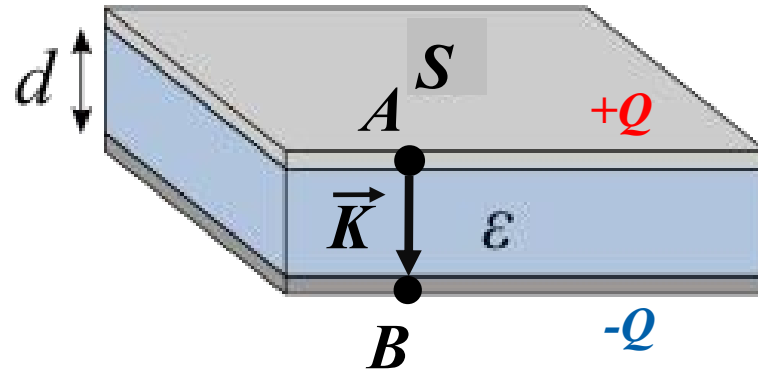


## Usaglašeni referentni smer:

smer dotoka “zamišljenog pozitivnog naelektrisanja” je ka (+) ploči, a isto toliko pozitivno naelektrisanje odlazi sa (-) ploče i ona postaje negativna.

# KAPACITIVNOST PLOČASTOG KONDENZATORA

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$



- Polje između ploča kondenzatora:

$$K = K_{(+Q)} - K_{(-Q)} = 2K_{(+Q)} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon S}$$

- A napon između tačaka A (na pozitivnoj ploči) i B (na negativnoj ploči):

$$U = U_{AB} = \int_A^B \vec{K} \cdot d\vec{l} = \vec{K} \cdot \overrightarrow{AB} = Kd = \frac{Qd}{\epsilon S}$$

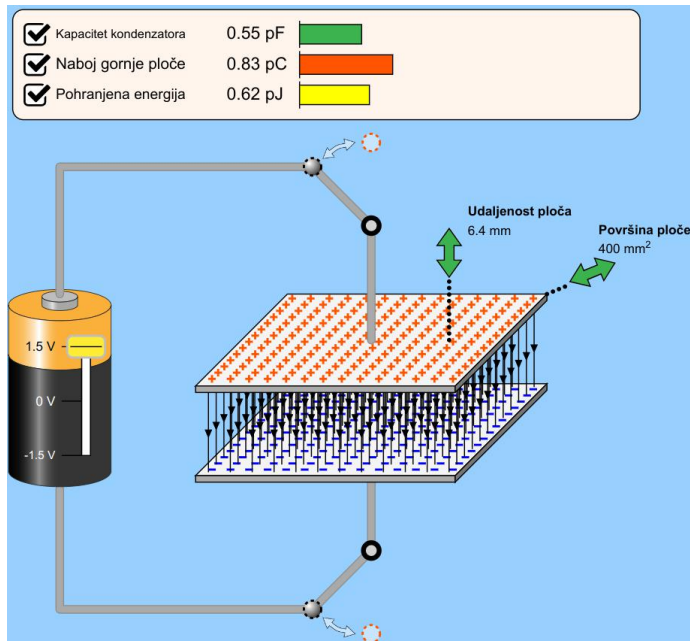
- Tada je kapacitivnost pločastog kondenzatora:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\epsilon S}} = \frac{\epsilon S}{d}$$

# PUNJENJE KONDENZATORA

- Da bi se kondenzator opteretio neophodno je da postoji generator (baterija) koja će sa jedne electrode “čupati” elektrone i prebacivati ih na drugu elektrodu savlađujući pritom sile električnog polja koje su suprotnog znaka.
- Rad koji se tom prilikom izvršio akumuliran je u vidu energije elektrostatičkog polja  $W=A$ :

$$dW = u dq = \frac{q}{C} dq$$
$$W = \int_0^Q \frac{q dq}{C} = \frac{1}{2C} q^2 \Big|_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$$



[https://phet.colorado.edu/sims/html/capacitor-lab-basics/latest/capacitor-lab-basics\\_hr.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/capacitor-lab-basics/latest/capacitor-lab-basics_hr.html)

# REALNO PUNJENJE KONDENZATORA

5

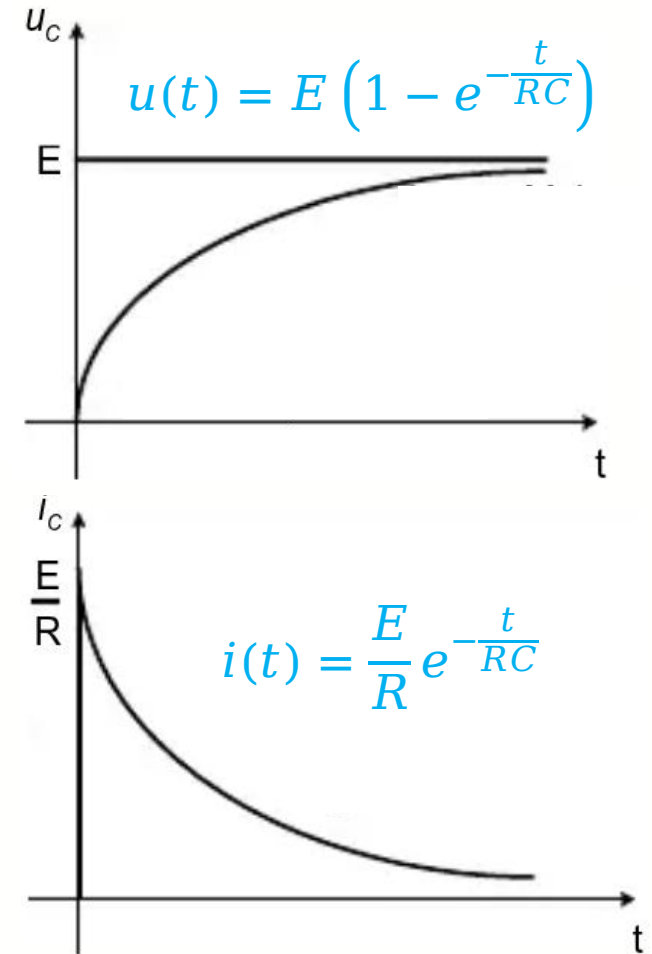
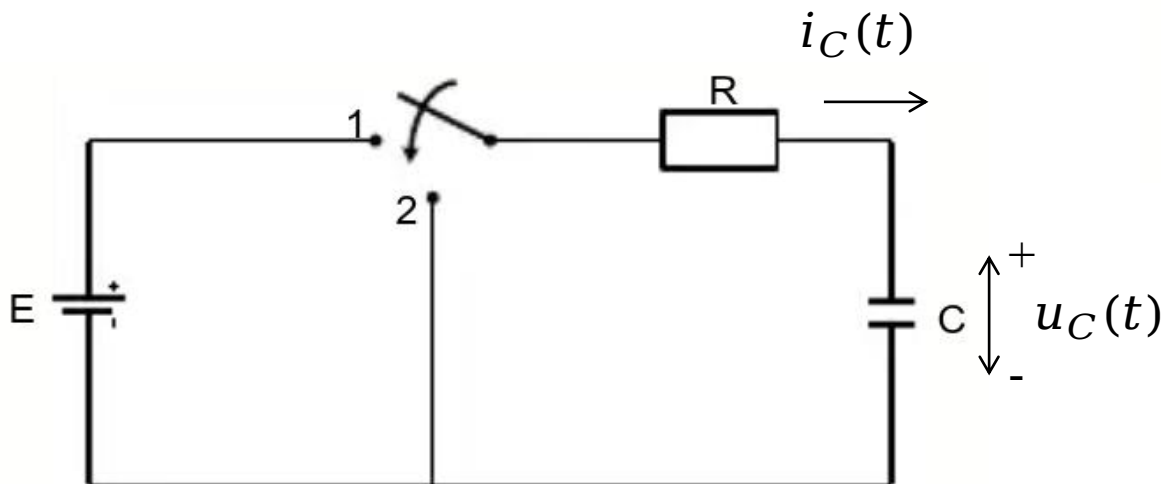
- Prekidač se prebaci u položaj (1).
- Kroz kondenzator protiču naelektrisanja koja daju struju:

$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

- Napon kondenzatora raste po eksponencijalnom zakonu:

$$u(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

- Vremenska konstanta punjenja:  $\tau = RC$ .



Parametar  $R$  je otpornost i modeluje energetske gubitke

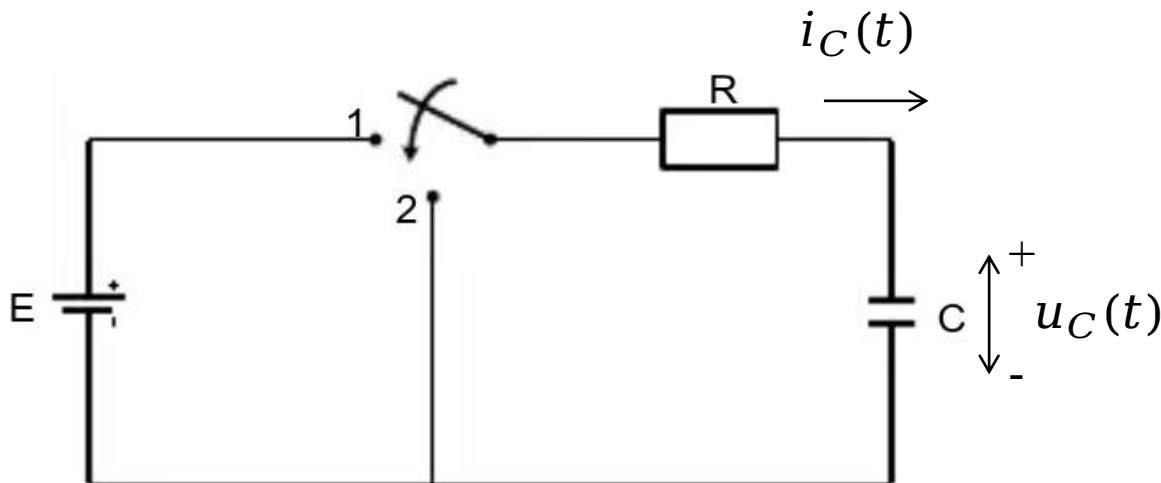
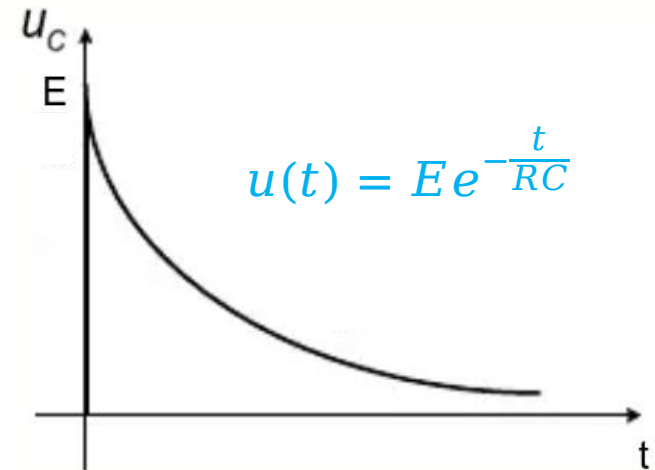
# REALNO PRAŽNJENJE KONDENZATORA

- Prekidač se prebaci u položaj (2).
- Kondenzator se prazni i napon kondenzatora opada po eksponencijalnom zakonu:

$$u(t) = E e^{-\frac{t}{RC}}$$

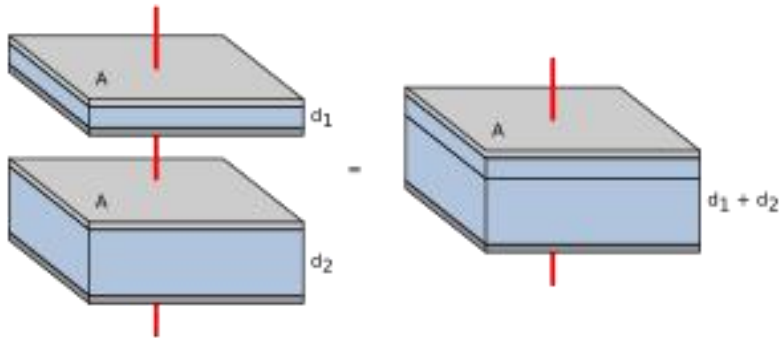
- Vremenska konstanta pražnjenja je u ovom slučaju ista kao i za punjenje:  $\tau = RC$ .
- Protok naelektrisanja (struja) je suprotnog smera tokom pražnjenja kondenzatora:

$$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



Parametar  $R$  je otpornost i modeluje energetske gubitke

# REDNA VEZA KONDENZATORA

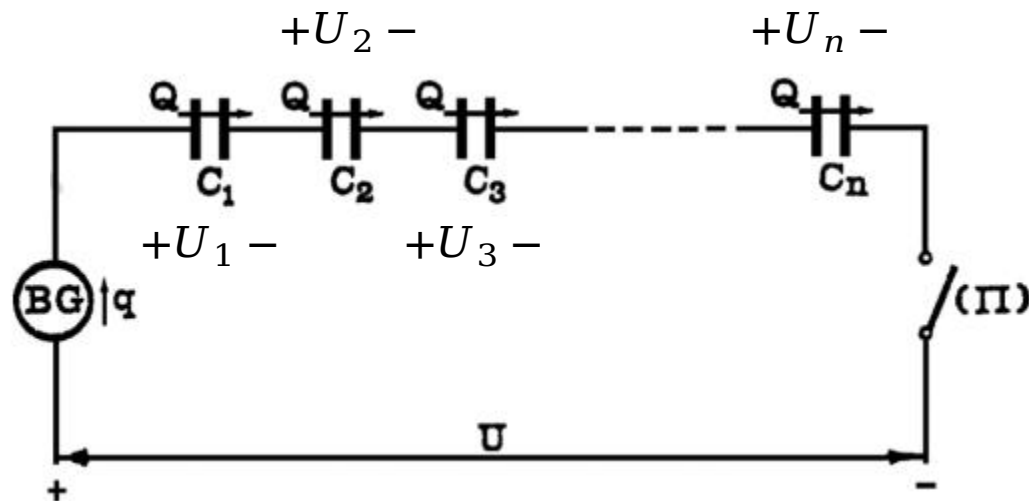


- Za ekvivalentni kondenzator važi:

$$U = \frac{1}{C_e} Q$$

- Ekvivalentna kapacitivnost je:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$



# REDNA VEZA KONDENZATORA (IZVOĐENJE)

- Kroz sve kondenzatore je proteklo isto naelektrisanje:

$$q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = Q$$

- Napon na krajevima serijske veze kondenzatora je:

$$U_{(+)(-)} = \int_{(+)}^{(-)} \vec{K} \, d\vec{l}$$

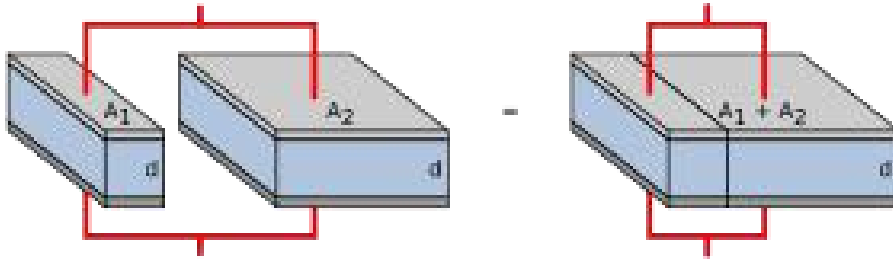
- Elektrčno polje  $K$  jednako je nuli (zanemarljivo je malo) u provodnicima (žicama koje povezuju elemente kola na slici), kao i u balističkom galvanometru (BG) i prekidaču, pa je:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$U = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \dots + \frac{Q_n}{C_n}$$

$$U = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) Q$$

# PARALELNA VEZA KONDENZATORA

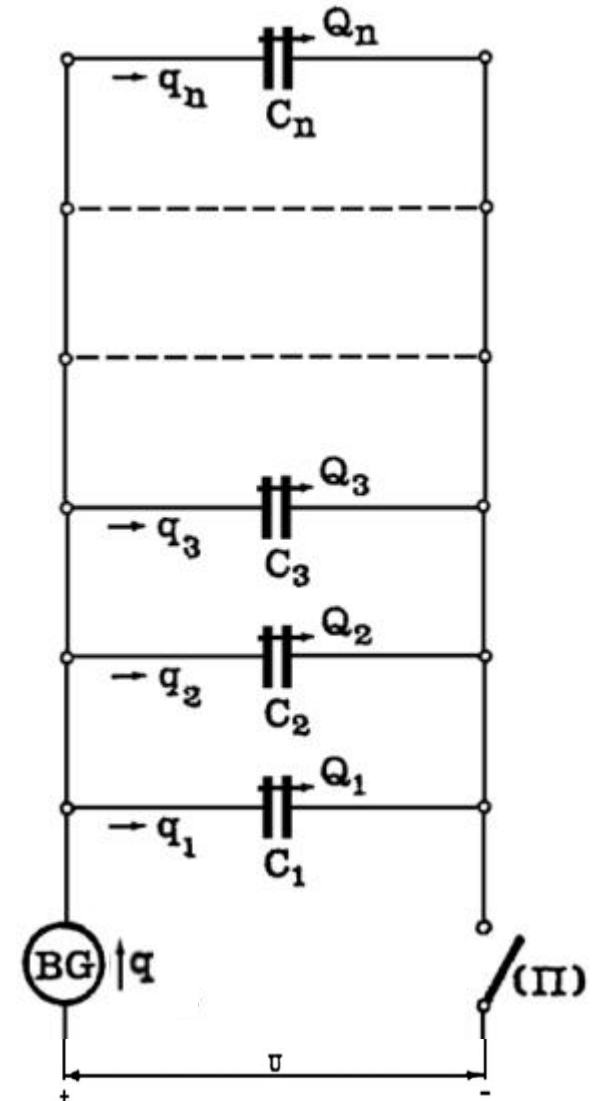


- Za ekvivalentni kondenzator važi:

$$Q = C_e U$$

- Ekvivalentna kapacitivnost je:

$$C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



# PARALELNA VEZA KONDENZATORA (IZVOĐENJE)

- Naelektrisanje proteklo kroz BG je:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$$

- Ako su kondenzatori bili neopterećeni pre zatvaranja prekidača, tada je opterećenje ekvivalentnog kondenzatora ( $q=Q, q_1=Q_1, \dots$ ):

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

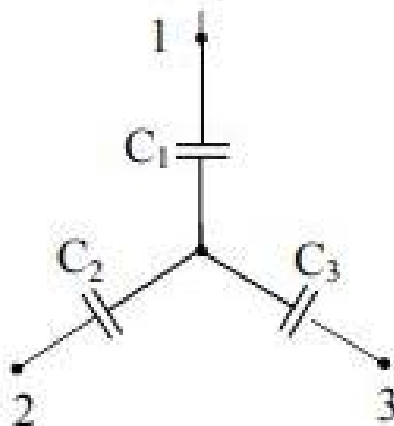
$$Q = C_1 U_1 + C_2 U_2 + \dots + C_n U_n$$

- Na svim kondenzatorima je isti napon  $U$  pa je:

$$Q = (C_1 + C_2 + \dots + C_n)U$$

# TRANSFORMACIJA: TROUGAO $\Leftrightarrow$ ZVEZDA

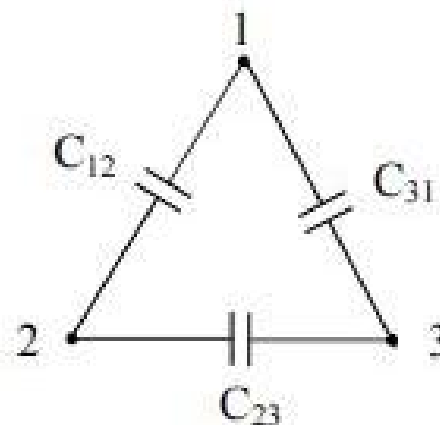
- Ukoliko ne postoje redne i paralelne veze, tada treba potražiti truglove ili zvezde i izvršiti transformaciju zvezde u trougao ili obrnuto!



$$C_1 = C_{12} + C_{31} + \frac{C_{12}C_{31}}{C_{23}}$$

$$C_2 = C_{12} + C_{23} + \frac{C_{12}C_{23}}{C_{31}}$$

$$C_3 = C_{23} + C_{31} + \frac{C_{23}C_{31}}{C_{12}}$$

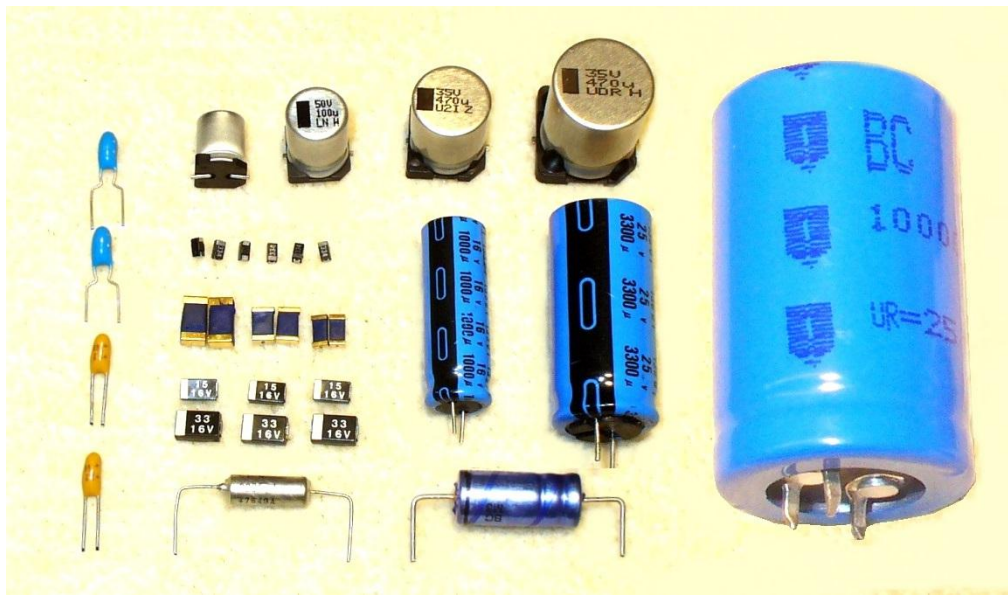


$$C_{12} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

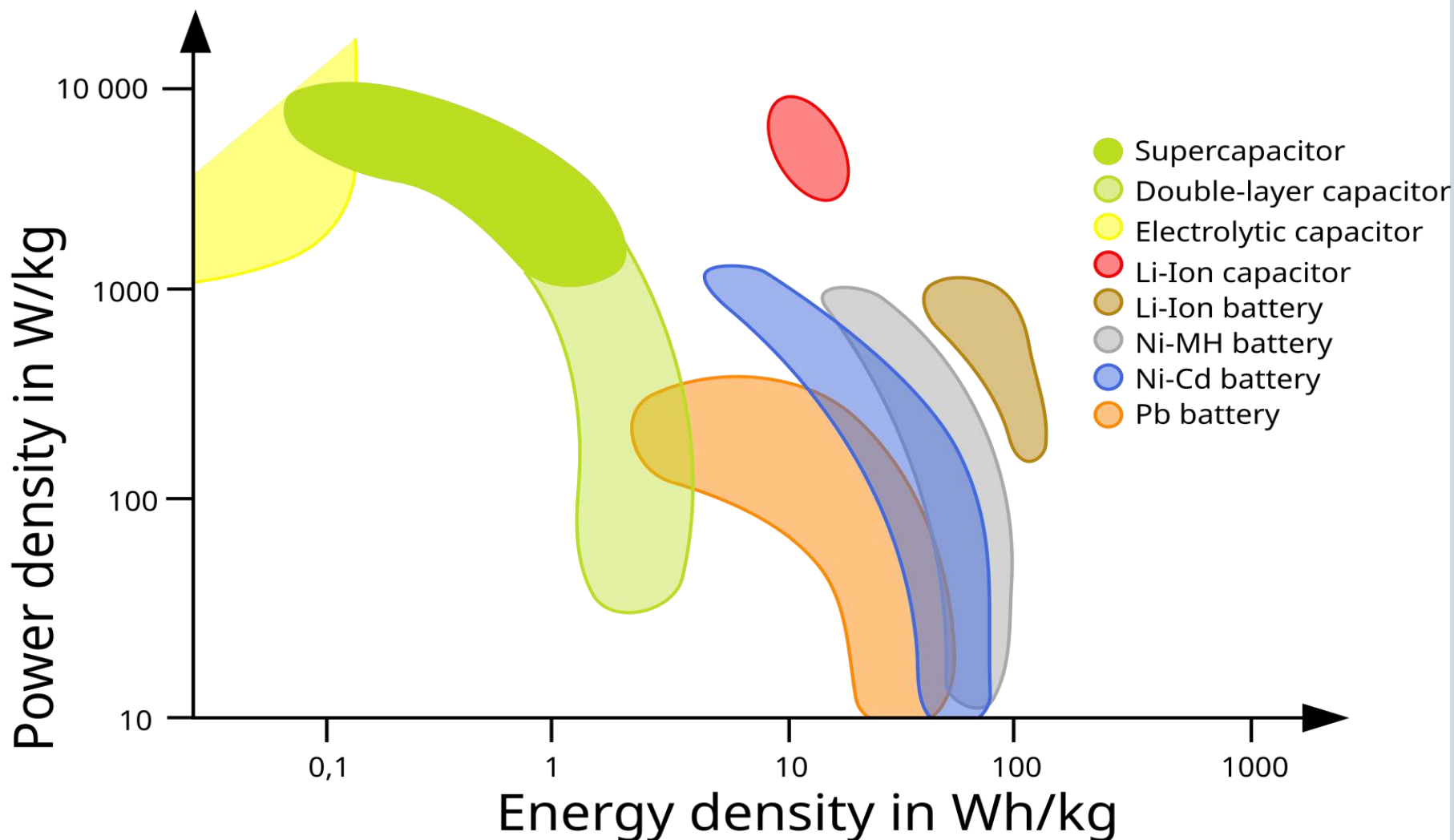
$$C_{23} = \frac{C_2C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{31} = \frac{C_3C_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

- U analognoj elektronici za konstrukciju kola za filtriranje komunikacionih signala, ....
- U digitalnoj elektronici za DRAM memorije, ...
- U energetskej elektronici i energetici za konstrukciju energetskih pretvarača, popravku faktora snage, privremena napajanja (engl. UPS - *Uninterruptible Power Supply*), ...
- Kod električnih vozila gde se zahteva vrlo brzo punjenje i pražnjenje (isporuka velike energije u kratkom intervalu tj. velika snaga) koje ne mogu da obezbede barerije -> superkondenzatori.

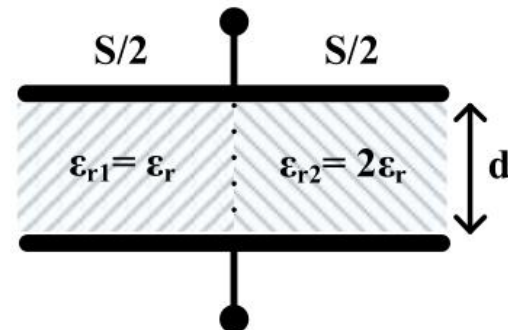


- Baterije mogu da proizvedu više energije za iste dimenzije, kondenzatori mogu brže da je isporuče (veća je snaga  $P=dW/dt$ ).



- ... videti primere sa teorijskih ispita ...

**1. (6 poena)** Pločasti kondenzator se sastoji iz dve horizontalne paralelne ploče površine  $S$  koje se nalaze na rastojanju  $d$ . Između ploča se nalazi dvoslojni dielektrik koji deli kondenzator vertikalno na dva jednaka dela kao na slici. Relativna dielektrična konstanta dielektrika u levoj polovini kondenzatora je  $\epsilon_{r1} = \epsilon_r$ , a u desnoj  $\epsilon_{r2} = 2\epsilon_r$ . Izračunati kapacitivnost ovog kondenzatora, ako su poznati parametri:  $S$ ,  $d$  i  $\epsilon_r$ .



- Šta bi bilo da je dielektrik podeljen horizontalno na dva jednaka dela?

**2.** Kondenzator  $C$  sastoji se od dve paralelne ploče oblika pravougaonika stranica  $a = 5 \text{ cm}$  i  $b = 20 \text{ cm}$  i rastojanja između ploča  $d = 0.01 \text{ mm}$ . Poznato je da je kapacitivnost kondenzatora  $C = 100 \text{ nF}$  i da je napon između ploča kondenzatora  $U = 10 \text{ V}$ .

a) Odrediti količinu naelektrisanja  $Q$  kojom je opterećen kondenzator i elektrostatičku energiju kondenzatora  $W_c$ . **(2 poena)**

b) Odrediti dielektričnu konstantu  $\epsilon$  i električno polje  $K$  u dielektriku kondenzatora. **(4 poena)**

**2.** Pločasti kondenzator je priključen na idealni naponski generator i pri tome je poznato da energija elektrostatičkog polja kondenzatora iznosi  $W_C$ . Ako je kondenzator sve vreme priključen na generator, odrediti energiju kondenzatora kada se rastojanje između ploča poveća za 50%. **(6 poena)**

**2.** Pločasti kondenzator je priključen na idealni naponski generator i pri tome je poznato da energija elektrostatičkog polja kondenzatora iznosi  $W_{C1} = 1 \text{ mJ}$ . Kondenzator se zatim **isključi sa generatora** i rastojanje između ploča kondenzatora se poveća za 100%. Odrediti novu vrednost energije kondenzatora  $W_{C2}$ . **(6 poena)**

- ... videti primere sa teorijskih ispita ...

**2. (6 poena)** Deset identičnih kondenzatora, kapacitivnosti  $C$ , vezani su redno i priključeni na generator elektromotorne sile  $E$ . Odrediti energiju svakog pojedinačnog kondenzatora  $W_C$  i energiju cele grupe  $W_{C10}$ . Pre povezivanja, kondenzatori su bili neopterećeni.

**2. (6 poena)** Dvadeset identičnih kondenzatora, kapacitivnosti  $C$ , vezani su paralelno i priključeni na generator elektromotorne sile  $E$ . Odrediti energiju svakog pojedinačnog kondenzatora  $W_C$  i energiju cele grupe  $W_{C20}$ . Pre povezivanja, kondenzatori su bili neopterećeni.

**2.** Pločasti kondenzator kapacitivnosti  $C=1 \text{ nF}$  je priključen je na napon  $U=10 \text{ V}$ . Kondenzator se sastoji od kvadratnih ploča stranice  $1 \text{ cm}$  koje su na međusobnom rastojanju od  $1 \text{ mm}$ . Odrediti naelektrisanje kondenzatora, dielektričnu konstantu, intenzitet vektora električnog polja i energiju akumuliranu u kondenzatoru i silu kojom se privlače ploče kondenzatora. **(6 poena)**

**2. (6 poena)** Pločasti kondenzator se sastoji od dve kvadratne ploče stranice  $10 \text{ cm}$  koje su na međusobnom rastojanju od  $100 \text{ }\mu\text{m}$ . Kondenzator je priključen na napon  $U = 10 \text{ V}$  i pri tome je opterećen naelektrisanjem  $Q = 100 \text{ nC}$ . Odrediti: 1) kapacitivnost kondenzatora, 2) dielektričnu konstantu, 3) intenzitet vektora električnog polja unutar kondenzatora, 4) energiju akumuliranu u kondenzatoru i 5) silu kojom se privlače ploče kondenzatora.

**2.** Pločasti kondenzator, kapacitivnosti  $C = 5 \text{ mF}$ , priključen je na idealni naponski generator i pri tome je poznato da energija elektrostatičkog polja kondenzatora iznosi  $W_{C1} = 1 \text{ mJ}$ . Odrediti elektromotornu silu generatora. Ako se rastojanje između ploča kondenzatora (sve vreme priključen na generator) poveća dva puta, odrediti novu vrednost energije kondenzatora  $W_{C2}$ . **(6 poena)**