

Elektrotehnika – 1. kolokvijum

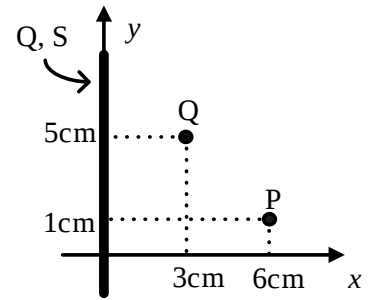
29.12.2025.

Grupa 1

1. U sredini čija je dielektrična konstanta $\epsilon = 10 \cdot 10^{-10} \text{ F/m}$, pored veoma velike ploče površine $S = 100 \text{ m}^2$ naelektrisanе količinom naelektrisanja $Q = 20 \text{ } \mu\text{C}$, nalaze se tačke P i Q kao na slici.

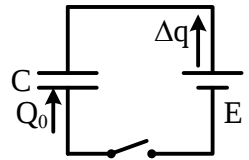
a) Odrediti i nacrtati vektor električnog polja u tački P. (2 poena)

b) Odrediti napon U_{PQ} . (2 poena)

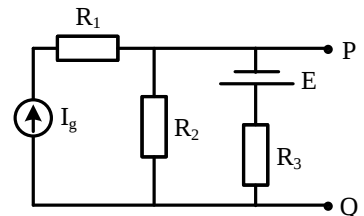


2. Pločasti kondenzator, poznate kapacitivnosti C , priključen je na idealni naponski generator, pri čemu je poznata energija elektrostatičkog polja kondenzatora, W_{C1} . Odrediti elektromotornu silu generatora, E . Ako se rastojanje između ploča kondenzatora (sve vreme priključen na generator) poveća tri puta, odrediti novu vrednost energije kondenzatora W_{C2} . Koliko iznosi odnos intenziteta vektora električnog polja u kondenzatoru nakon i pre povećanja rastojanja između ploča, K_2/K_1 ? (4 poena)

3. Kondenzator kapacitivnosti $C = 10 \text{ nF}$ opterećen je početnom količinom naelektrisanja $Q_0 = 20 \text{ nC}$, dok je prekidač otvoren. Odrediti količinu naelektrisanja koja će nakon zatvaranja prekidača proteći kroz kolo, Δq , i rad, A_E , generatora elektromotorne sile $E = 5 \text{ V}$. (4 poena)



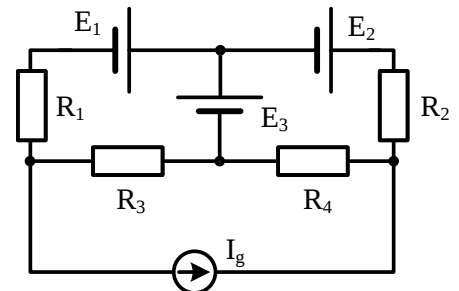
4. Za kolo na slici, između tačaka P i Q, nacrtati ekvivalentni realni strujni generator. Primenom Nortonove teoreme odrediti parametre ovog realnog strujnog generatora I_N i G_N . Poznate su vrednosti parametara: I_g , R_1 , R_2 , R_3 i E . (4 poena)



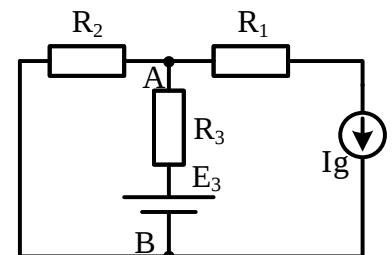
5. Za kolo na slici, poznate su vrednosti parametara: I_g , R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , E_1 , E_2 i E_3 .

a) Obeležiti konturne struje i napisati potpuni sistem jednačina za rešavanje kola po metodi konturnih struja. (2 poena)

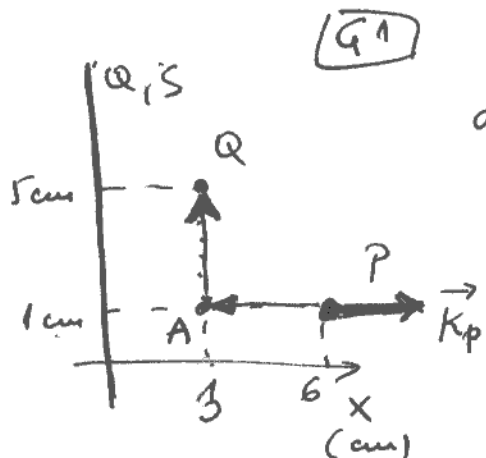
b) Obeležiti čvorove i napisati potpuni sistem jednačina za rešavanje kola po metodi potencijala čvorova. (2 poena)



6. Primenom metode superpozicije odrediti napon U_{AB} , a nakon toga i snagu otpornika R_2 . Poznati su parametri svih elemenata u kolu. (5 poena)



①



G_1

Polje je konstantno:

$$a) \vec{K} = \vec{K}_p = \frac{\sigma}{2\epsilon} \vec{i} = \frac{Q}{2\epsilon S} \vec{i}$$

$$\vec{K} = \vec{K}_p = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-10} \cdot 100} \vec{i} = 100 \vec{i} \frac{V}{m}$$

$$b) U_{PQ} = \int_P^Q \vec{K} d\vec{l} = \int_P^A \vec{K} d\vec{l} + \int_A^Q \vec{K} d\vec{l}$$

$$U_{PQ} = \vec{K} \cdot \vec{PA} + \vec{K} \cdot \vec{AQ}$$

$$U_{PQ} = K \cdot PA \cdot \cos \varphi(\vec{K}, \vec{PA}) + K \cdot AQ \cdot \cos \varphi(\vec{K}, \vec{AQ})$$

$$U_{PQ} = 100 \frac{V}{m} \cdot 3 \cdot 10^{-2} m \cdot (-1) = -3V \Rightarrow \boxed{U_{PQ} = -3V}$$

②

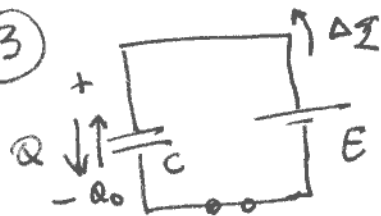
$$W_{C1} = \frac{1}{2} C E^2 \Rightarrow \boxed{E = \sqrt{\frac{2W_{C1}}{C}}}$$

$$C = \frac{\epsilon S}{d} \Rightarrow C_2 = \frac{\epsilon S}{d_2} = \frac{\epsilon S}{3d} = \frac{C}{3} \Rightarrow W_{C2} = \frac{1}{2} C_2 E^2$$

$$k_2 = \frac{E}{d_2} = \frac{E}{3d} = \frac{k_1}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{3}}$$

$$\boxed{W_{C2} = \frac{1}{3} W_{C1}}$$

③



$$Q = C \cdot E = 10 nF \cdot 5 = 50 nC$$

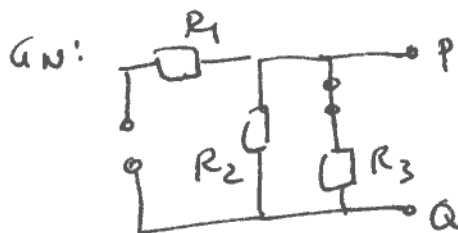
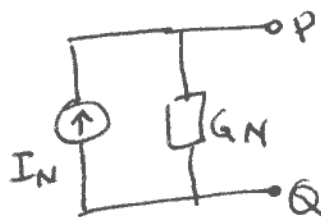
$$Q = \Delta Q - Q_0$$

$$\Delta Q = Q + Q_0 = 70 nC$$

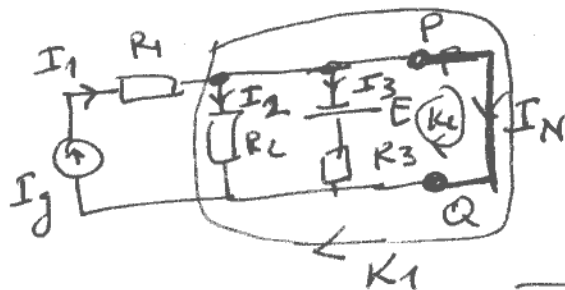
$$A_E = \Delta Q E$$

$$A_E = 350 nJ$$

④



$$\boxed{G_N = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$



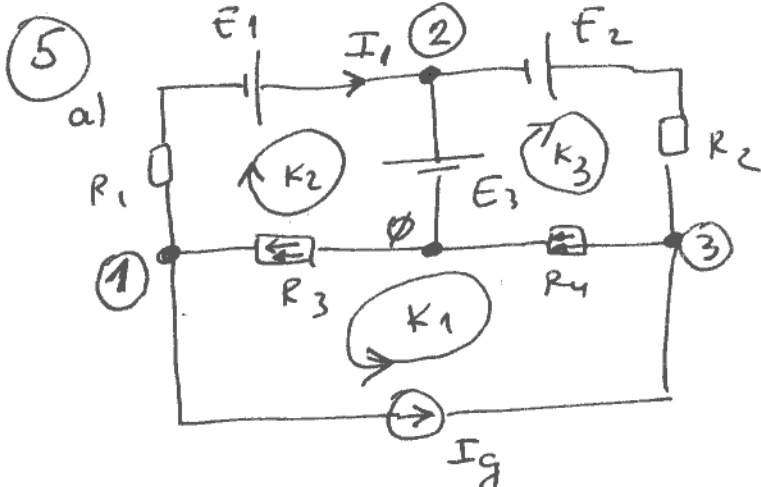
$$I_1 = I_2 + I_3 + I_N \Rightarrow I_N = I_1 - I_2 - I_3$$

$$I_1 = I_g$$

$$K_1: R_2 I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 0$$

$$K_2: R_3 I_3 - E = 0 \Rightarrow I_3 = E/R_3$$

$$\Rightarrow \boxed{I_N = I_g - E/R_3}$$



JEDNO OD REŠENJA:

$$K1: I_{K1} = I_g$$

$$K2: R_{21} I_{K1} + R_{22} I_{K2} + R_{23} I_{K3} = E_{K2}$$

$$R_3 I_g + (R_1 + R_3) I_{K2} + 0 \cdot I_{K3} = E_1 - E_3$$

$$K3: R_{31} I_{K1} + R_{32} I_{K2} + R_{33} I_{K3} = E_{K3}$$

$$R_4 I_g + 0 \cdot I_{K2} + (R_2 + R_4) I_{K3} = E_2 + E_3$$

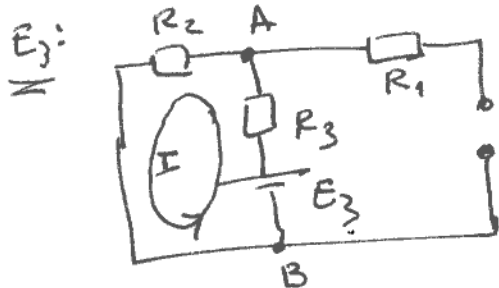
JEDNO OD REŠENJA:

$$b) \textcircled{1}: G_{11} V_1 + G_{12} V_2 + G_{13} V_3 = I_{C1} \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) V_1 - \frac{1}{R_1} V_2 - 0 V_3 = -I_g - \frac{E_1}{R_1}$$

$$\textcircled{2}: V_2 = E_3$$

$$\textcircled{3}: G_{31} V_1 + G_{32} V_2 + G_{33} V_3 = I_{C3} \Rightarrow 0 \cdot V_1 - \frac{1}{R_2} V_2 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) V_3 = \frac{E_2}{R_2} + I_g$$

$$\textcircled{6} \quad U_{AB} = U_{AB}'|_{E_3} + U_{AB}''|_{I_g} = \frac{R_2 (E - R_3 I_g)}{R_2 + R_3}$$



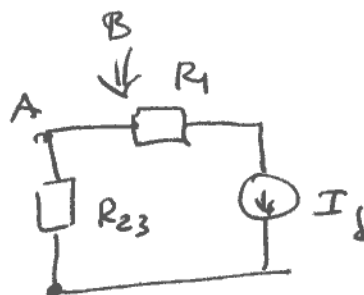
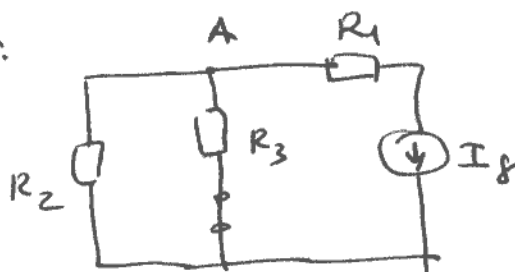
$$E_3 - (R_2 + R_3) I = 0$$

$$I = \frac{E_3}{R_2 + R_3}$$

$$U_{AB}' = R_2 \cdot I = \frac{R_2}{R_2 + R_3} E_3$$

$$P_2 = \frac{U_{AB}^2}{R_2} = R_2 \left(\frac{E - R_3 I_g}{R_2 + R_3} \right)^2$$

I_g :



$$R_{23} = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$U_{AB}'' = -R_{23} I_g = -\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} I_g$$