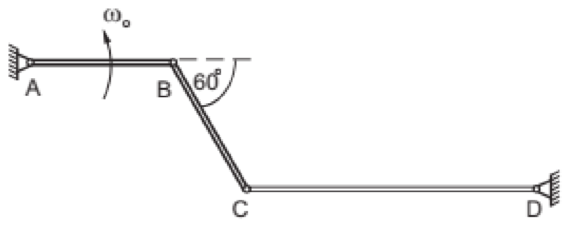
Zadatak 1.29 Odrediti ugaono ubrzanje poluge BC i krivaje CD ravnog mehanizma u položaju prikazanom na Slici 1.29, ako se

krivaja AB obrće konstantnom ugaonom brzinom ω_0 oko nepokretne ose koja prolazi kroz tačku A i upravna je na ravan slike. Poznato je: $\overline{AB} = R$, $\overline{CD} = 2R$, $\overline{BC} = L$.



Slika 1.36: uz zad. 1.29.

■ **Rešenje 1.29** Brzine tačaka (sl. 1.37):

Intenzitet brzine tačke B (obrtanje krutog tela oko nepokretne ose) je

$$v_B = R\omega_0,$$

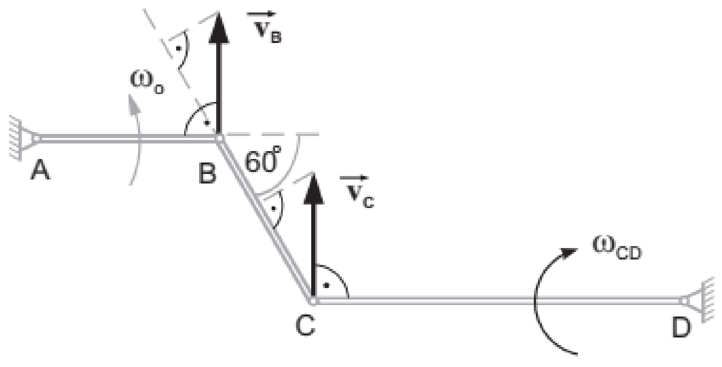
a zatim projektovanjem brzina, na pravac BC,

$$v_B \cos 30^\circ = v_C \cos 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_C \quad \Rightarrow \quad \omega_{BC} = 0,$$

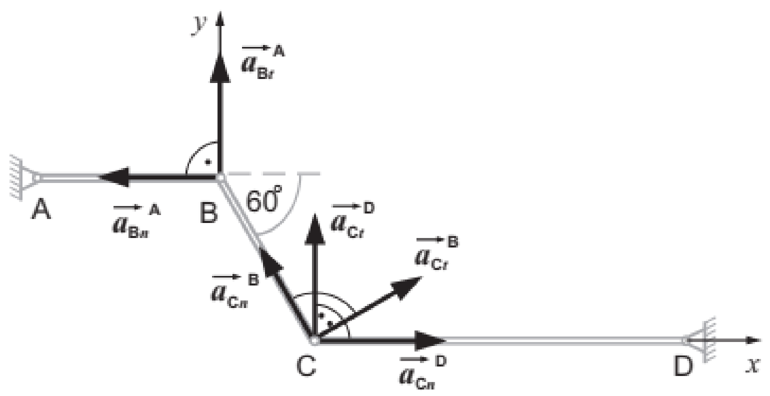
što znači da se štap BC, u datom trenutku, translatorno kreće.

Intenzitet brzine tačke C, štapa CD, je

$$v_C = R\omega_0, \quad v_C = \overline{CD}\omega_{CD} \quad \Rightarrow \quad \omega_{CD} = \frac{\omega_0}{2}.$$



Slika 1.37: Brzine tačaka mehanizma.



Slika 1.38: Ubrzanje tačaka mehanizma.

Ubrzanje tačke B sastoji se od dela koji predstavlja translaciju tela (komponenta $\mathbf{a}_A$) i rotacionog dela (tangencijalna $\mathbf{a}^A_{Bt}$ i normalna komponenta $\mathbf{a}^A_{Bn}$):

$$\mathbf{a}_B = \cancelto{0}{\mathbf{a}_A} + \mathbf{a}^A_{Bt} + \mathbf{a}^A_{Bn}.$$

Intenzitet tangencijalne komponenta $\mathbf{a}^A_{Bt}$ je

$$a^A_{Bt} = \overline{AB} \cdot \varepsilon_{AB} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{AB} = \frac{\mathrm{d}\omega_{AB}}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_{AB} = \omega_0 = \text{const.}$$

Intenzitet normalne komponente $\mathbf{a}^A_{Bn}$ je

$$a^A_{Bn} = \overline{AB} \cdot \omega^2_{AB} = R\omega^2_0.$$

Tada je intenzitet ubrzanja tačke B

$$|\mathbf{a}_B| = |\mathbf{a}^A_{Bn}| = R\omega^2_0.$$

Ubrzanje tačke C je

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}^B_{Ct} + \cancelto{0(\omega_{BC}=0)}{\mathbf{a}^B_{Cn}} \qquad \mathbf{a}_C = \cancelto{0}{\mathbf{a}_D} + \mathbf{a}^D_{Ct} + \mathbf{a}^D_{Cn},$$

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}^B_{Ct} \qquad \mathbf{a}_C = \mathbf{a}^D_{Ct} + \mathbf{a}^D_{Cn}.$$

Intenzitet normalne komponent ubrzanja a^D_{Cn} je

$$a^D_{Cn} = \overline{CD}\omega^2_{CD} = R\omega^2_0.$$

Eliminacijom ubrzanja tačke C, dobija se

$$\mathbf{a}_B + \mathbf{a}^B_{Ct} = \mathbf{a}^D_{Ct} + \mathbf{a}^D_{Cn}.$$

Projektujući poslednju vektorsku jednačinu na x odnosno y osu, dobijamo:

- projekcija na x osu

$$-a_B + a^B_{Ct}\cos 30^\circ = a^D_{Cn} \quad \Rightarrow \quad -R\omega^2_0 + a^B_{Ct}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R\omega^2_0}{2} \quad \Rightarrow$$

$$a^B_{Ct} = R\omega^2_0\sqrt{3}, \quad a^B_{Ct} = \overline{BC} \cdot \varepsilon_{BC} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon_{BC} = \frac{a^B_{Ct}}{L} = \frac{R\omega^2_0\sqrt{3}}{L}}.$$

- projekcija na y osu

$$a^B_{Ct}\sin 30^\circ = a^D_{Ct} \quad \Rightarrow \quad a^D_{Ct} = R\omega^2_0\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow$$

$$a^D_{Ct} = 2R\varepsilon_{CD} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{CD} = \frac{a^D_{Ct}}{2R} = \frac{R\omega^2_0\sqrt{3}}{2}\frac{1}{2R} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\varepsilon_{CD} = \frac{\omega^2_0\sqrt{3}}{4}}.$$