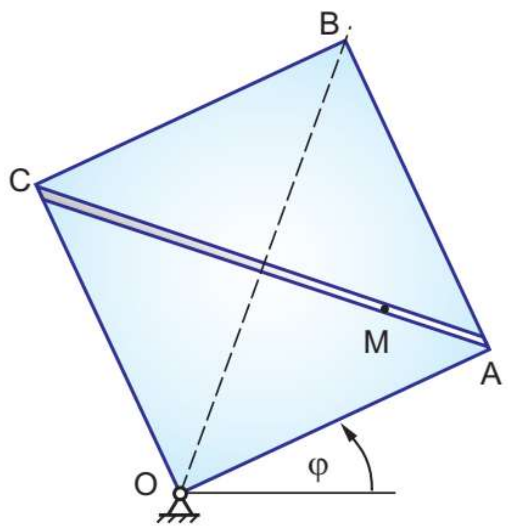
Zadatak 1.48



Slika 1.93: uz zad. 1.48.

Kvadratna ploča stranice $a\sqrt{2}$, obrće se u ravni xOy oko nepomične ose Oz po zakonu $\varphi = \dfrac{\pi t^2}{2}$. Istovremeno polazeći iz položaja A, u kanalu AC, kreće se tačka M, saglasno zakonu $\overline{AM} = s = at^2$. Odrediti intenzitet apsolutne brzine i apsolutnog ubrzanja tačke M u trenutku $t_1 = 1\,[s]$.

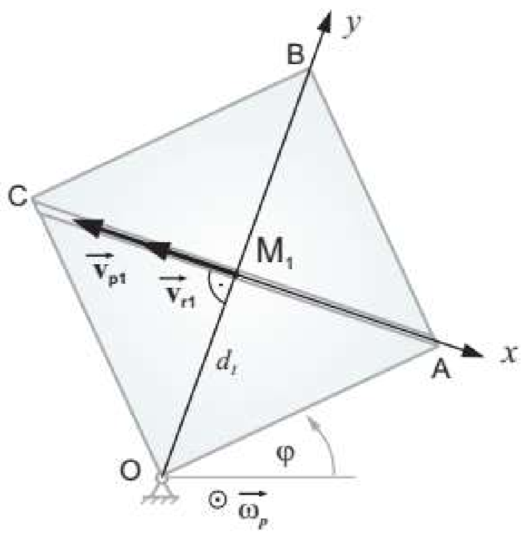
Rešenje 1.48 Kretanje tačke je složeno kretanje, pri čemu je relativno kretanje – pravolinijsko kretanje, a prenosno – obrtanje tela oko nepomične ose. Iz zakona puta $s = at^2$ dobija se da je u posmatranom trenutku $s(t_1) = a = \overline{AM_1}$, tj. tačka se našla u težištu ploče - preseku dijagonala, pa za taj položaj treba odrediti tražene veličine. Na slici 1.94 sa d_1 označena je polu dijagonala (poluprečnik rotacije prenosnog kretanja), tj. $d_1 = d/2 = \sqrt{(\sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{2}a)^2}/2 = a$.

Brzina:

Pravci i smerovi relativne i prenosne brzine prikazani su na sl. 1.94. Sa slike se vidi da su to kolinearni vektori. Njihovi intenziteti su:

$$
\begin{aligned}
s &= at^2 \quad \Rightarrow \quad s_1 = a,\\
v_r &= \dot{s} = 2at \quad \Rightarrow \quad v_{r_1} = 2a\,[m/s],\\
\dot{\varphi} &= \omega_p = \frac{2\pi t}{2} = \pi t \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi}_1 = \pi,\\
v_{p_1} &= d_1 \cdot \dot{\varphi}_1 = a\pi\,[m/s].
\end{aligned}
$$

Kako su ovi vektori kolinearni i istih smerova, to se intenzitet apsolutne brzine dobija prostim sabiranjem, tj.



Slika 1.94: uz rešenje zad. 1.48 - brzina.

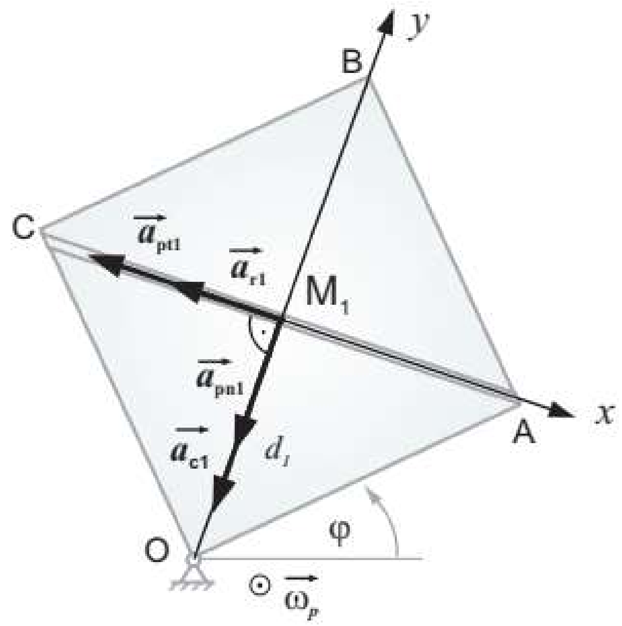
$$\boxed{v_{a_1} = v_{r_1} + v_{p_1} = 2a + a\pi = a(2+\pi)\,[m/s]}.$$

Ubrzanje:

Apsolutno ubrzanje se sastoji od relativnog, prenosnog i Koriolisovog ubrzanja. Kako je relativno kretanje, pravolinijsko kretanje, to iz zakona relativnog kretanja, je (u proizvoljnom i traženom trenutku)

$$a_r = \ddot{s} = 2a \quad \Rightarrow \quad a_{r_1} = 2a\,m/s^2.$$

Kako je prenosno kretanje obrtanje oko nepomične ose, to prenosno ubrzanje ima i normalnu i tangencijalnu komponentu



Slika 1.95: uz rešenje zad. 1.48 - ubrzanje.

$$\mathbf{a}_p = \mathbf{a}_{pt} + \mathbf{a}_{pn},$$

pri čemu su njihovi intenziteti jednaki

$$
\begin{aligned}
a_{pt} &= \overline{OM}\,\ddot{\varphi} = \pi a = a_{pt_1},\\
a_{pn} &= \overline{OM}\,\dot{\varphi}^2 = a\pi^2 t^2 \quad \Rightarrow \quad a_{pn_1} = a\pi^2.
\end{aligned}
$$

Intenzitet Koriolisovog ubrzanje je

$$a_c = 2\omega_p v_r \sin\alpha = 2\dot{\varphi}\cdot v_r = 2\pi t 2at = 4a\pi t^2 \quad \Rightarrow \quad a_{c_1} = 4a\pi.$$

Pravci i smerovi ovih vektora prikazani su na sl. 1.95.

Kako sve ove komponente leže ili na x ili y osi, to njihovom sabiranjem dobijamo:

$$
\begin{aligned}
a_{x_1} &= -a_{pt_1} - a_{r_1} = -a\pi - 2a,\\
a_{y_1} &= -a_{pn_1} - a_{c_1} = -a\pi^2 - 4a\pi = -a\pi(\pi+4).
\end{aligned}
$$

Ovako dobijene dve komponente su ortogonalne, pa je intenzitet apsolutnog ubrzanja

$$\boxed{a_{a_1} = a\sqrt{(\pi+2)^2 + \pi^2(\pi+4)^2}\,[m/s^2]}.$$