

# PROIZVODNJA

OSNOVI EKONOMIJE



# Proizvodna funkcija

- ✓ **Proizvodna funkcija** pokazuje maksimalnu količinu proizvodnje koja se može proizvesti iz određenog skupa proizvodnih faktora, pri datom nivou tehnološkog znanja.  
...predstavlja odnos između količine inputa koji se koriste u proizvodnji nekog dobra i količine outputa tog dobra.
- ✓ Može se predstaviti matematičkom jednačinom, tabelarno ili grafički.
- ✓ Najčešće se predstavlja kao:

$$Q = f(L, K)$$

gde je:

Q – output, ukupan proizvod, odnosno obim proizvodnje.

L i K – faktori proizvodnje, odnosno inputi koji se koriste u proizvodnji dobara i usluga: rad (L) i kapital (K).

# Proizvodnja u kratkom i dugom roku

---

*Proizvodni faktori se dele na fiksne i varijabilne:*

- ✓ **Fiksni proizvodni faktori** su oni čija se količina (obim) ne može lako promeniti kada tržišni uslovi ukazuju da je poželjna promena obima proizvodnje.
- ✓ **Varijabilni proizvodni faktori** su oni čija se količina menja u skladu sa željenim nivoom outputa (obimom proizvodnje).

*Razlikuju se:*

- ✓ **Kratak rok** – vremenski period u kome je barem jedan proizvodni faktor fiksiran.
- ✓ **Dugi rok** – vremenski period u kome su svi proizvodni faktori varijabilni.

# Ukupan proizvod

Razlikuju se:

- ✓ ukupan proizvod,
- ✓ prosečan proizvod (rada/kapitala) i
- ✓ graničan proizvod (rada/kapitala)

**Ukupan proizvod** je predstavljen proizvodnom funkcijom. Odnosi se na ukupnu količinu proizvodnje koja se postiže pomoću angažovanih proizvodnih faktora.

$$Q = f(L, K)$$

# Prosečan proizvod

**Prosečan proizvod** – ukupan proizvod po jedinici angažovanog inputa.

✓ **Prosečan proizvod rada** izračunava se kao ukupan proizvod po radniku:

$$PP_L = \frac{Q}{L}$$

✓ **Prosečan proizvod kapitala** izračunava se kao ukupan proizvod po jedinici kapitala:

$$PP_K = \frac{Q}{K}$$

# Graničan proizvod

**Graničan proizvod** je promena ukupnog proizvoda koja nastaje od jedne dodatne jedinice inputa.

- ✓ **Graničan proizvod rada** ( $GP_L$ ) izračunava se kao promena ukupnog proizvoda pri promeni broja angažovanih radnika. Predstavlja promenu količine proizvodnje koja nastaje zapošljavanjem dodatnog radnika, pri fiksnom kapitalu:

$$GP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

odnosno kada  $\Delta L \rightarrow 0$

$$GP_L = f'_L(L, K) = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

- ✓ **Graničan proizvod kapitala** ( $GP_K$ ) izračunava se kao promena ukupnog proizvoda pri promeni količine angažovanog kapitala. Predstavlja promenu količine proizvodnje koja nastaje angažovanjem dodatne jedinice kapitala, pri fiksnom broju radnika:

$$GP_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K}$$

odnosno kada  $\Delta K \rightarrow 0$

$$GP_K = f'_K(L, K) = \frac{\partial Q}{\partial K}$$

# Ukupan, prosečan i graničan proizvod

## Proizvodnja sa jednim varijabilnim faktorom:

Varijabilni faktor, rad ( $L$ ), se nalazi na x-osi. Na y-osi se prikazuju vrednosti ukupnog ( $Q$  ili  $UP$ ), prosečnog ( $PP_L$ ) i graničnog proizvoda rada ( $GP_L$ ).

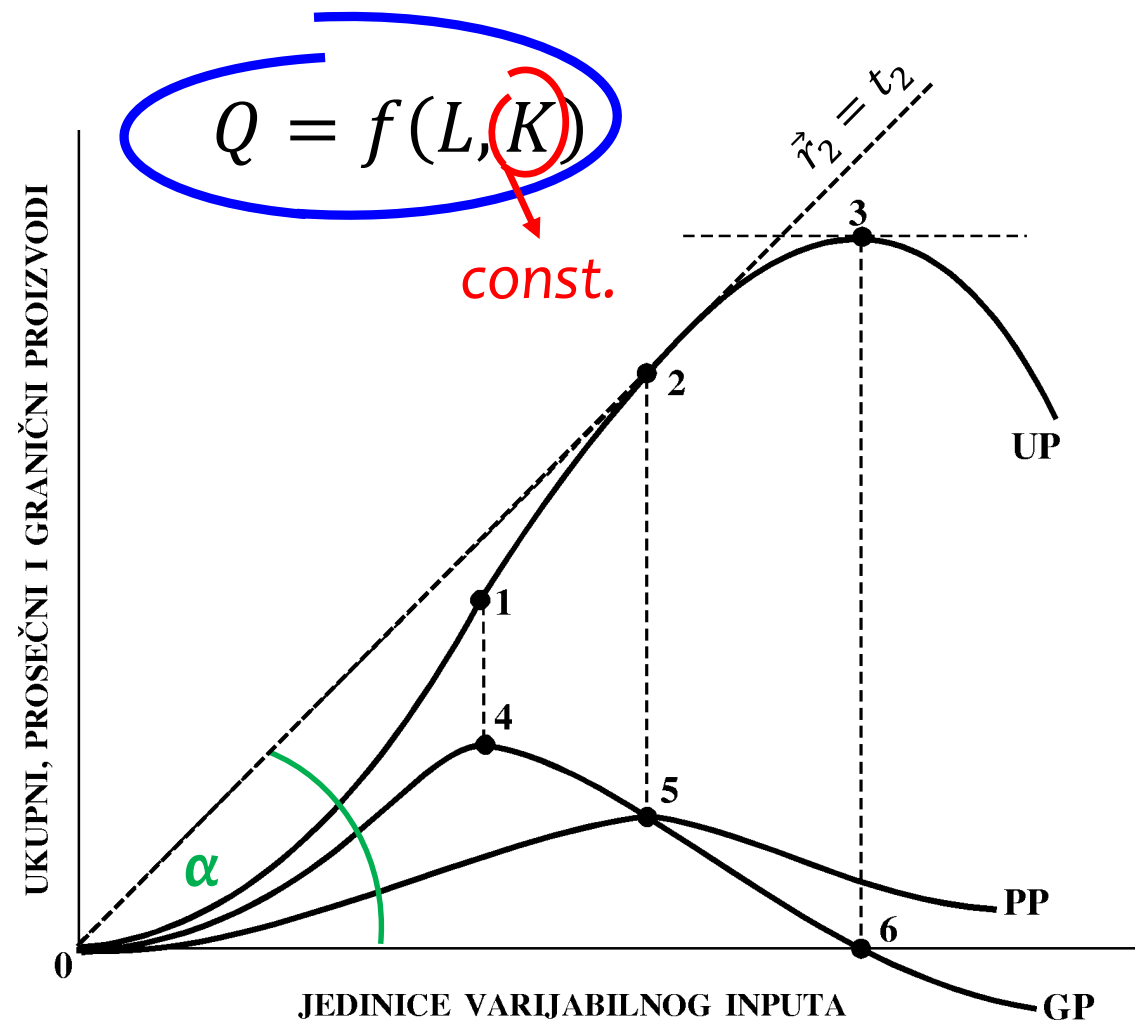
$GP_L$  je prvi izvod funkcije  $UP$  po  $L$ . Prvi izvod funkcije u nekoj tački predstavlja nagib tangente koja je povučena na krivu u toj tački, te je i  $GP_L =$  nagibu ove tangente.

Kriva  $UP$  dostiže max. nagib (stopu rasta) u **tački 1** koja korespondira sa tačkom maximuma krive  $GP_L$  (tačka 4).

U **tački 3** (max.  $UP$ ) nagib krive  $UP$ , odnosno nagib tangente na krivu  $UP$  je nula, pa je i  $GP_L = 0$  (**tačka 6**).

$PP_L$  u bilo kojoj tački krive  $UP$  određen je nagibom radius vektora ( $\vec{r}$ ) povučenog iz koordinatnog početka kroz tu tačku ( $\text{tg } \alpha = \text{naspemna/nalegla kateta} = Q/L$ ).

Radius vektor povučen na krivu  $UP$  kroz **tačku 2** ( $\vec{r}_2$ ), ima najveći nagib, zbog čega **tačka 5** (max.  $PP_L$ ) leži direktno ispod tačke 2. Takođe, u **tački 2**,  $\vec{r}_2 = t_2$ , te sledi da je u **tački 5**  $PP_L = GP_L$ , odnosno da kriva  $GP_L$  seče krivu  $PP_L$  u njenom maksimumu.



# Ukupan, prosečan i graničan proizvod

Proizvodna funkcija:  $Q = f(L, K)$

Uzeli smo da je rad ( $L$ ) varijabilni input, a da je kapital fiksni ( $K = \text{const.}$ ).

Zapošljavanjem novih radnika **UP najpre raste po rastućoj stopi** (brže raste UP od rasta broja radnika). Razlog tome je što  **$GP_L$  u ovoj zoni proizvodnje raste**. Izvori ovakvih rastućih prinosa su pre svega specijalizacija rada i podela posla.

Nakon određenog perioda iscrpljuju se mogućnosti specijalizacije rada. S obzirom da je kapital fiksni, zapošljavanjem dodatnih radnika **UP raste sve sporije i sporije (po opadajućoj stopi)** dok ne dostigne neki maksimum. Dakle, ako je jedan proizvodni faktor fiksni, proizvodnja se ne može beskonačno povećavati povećanim angažovanjem varijabilnih inputa. U ovoj zoni,  **$GP_L$  opada (zakon opadajućih graničnih prinosa)**, a izvor tih opadajućih prinosa je pre svega fiksni kapital (sve više radnika po jedinici fiksnog kapitala).

Nakon dostizanja maksimalnog proizvoda (tačka 3), zapošljavanjem dodatnih radnika, teorijski, UP može i da opadne, jer zapošljavanjem preko maksimuma može opasti produktivnost rada. U toj zoni, kada **UP počne da opada,  $GP_L$  je negativan**.

# Ukupan, prosečan i graničan proizvod

---

*Prosečan i graničan proizvod imaju sledeći odnos:*

- ✓ **Kada je graničan proizvod veći od prosečnog, prosečan proizvod raste.**
- ✓ **Kada je graničan proizvod manji od prosečnog proizvoda, prosečan proizvod opada.**
- ✓ **Graničan i prosečan proizvod su jednaki u maksimumu prosečnog proizvoda – u toj tački se proizvodi najveća količina outputa po fizičkoj jedinici angažovanih inputa (tačka 5).**

# Primer 1

U tabeli je dat **ukupan proizvod** ( $Q$ ) u zavisnosti od angažovanja jednog varijabilnog faktora, u ovom slučaju rada ( $L$ ). Izračunati prosečan ( $PP_L$ ) i graničan proizvod rada ( $GP_L$ ) za svaki obim zaposlenosti.

$L$	$Q$
0	0
1	10
2	25
3	45
4	60
5	70
6	78
7	84
8	88
9	90
10	88

# ... primer 1

L	Q	PP <sub>L</sub>
0	0	-
1	10	10
2	25	12,5
3	45	15
4	60	15
5	70	14
6	78	13
7	84	12
8	88	11
9	90	10
10	88	8,8

**Prosečan proizvod rada** ( $PP_L$ ) predstavlja ukupan proizvod ( $Q$ ) podeljen brojem zaposlenih radnika ( $L$ ) (proizvod po radniku):

$$PP_L = \frac{Q}{L}$$

Kada je  $L = 1$ ,  $\rightarrow PP_L = 10/1 = 10$

Kada je  $L = 2$ ,  $\rightarrow PP_L = 25/2 = 12,5$

\*

\*

\*

Kada je  $L = 10$ ,  $\rightarrow PP_L = 88/10 = 8,8$

# ... primer 1

L	Q	PP <sub>L</sub>	GP <sub>L</sub>
0	0	-	-
1	10	10	10
2	25	12,5	15
3	45	15	20
4	60	15	15
5	70	14	10
6	78	13	8
7	84	12	6
8	88	11	4
9	90	10	2
10	88	8,8	-2

**Graničan proizvod rada (GP<sub>L</sub>)** predstavlja promenu ukupnog proizvoda ( $\Delta Q$ ) do koje je došlo zapošljavanjem dodatnog radnika ( $\Delta L$ ) (proizvod dodatnog radnika):

$$GP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

$$L=1 \rightarrow GP_L = \Delta Q / \Delta L = (Q_1 - Q_0) / (L_1 - L_0) = (10 - 0) / (1 - 0) = 10$$

$$L=2 \rightarrow GP_L = \dots = (Q_2 - Q_1) / (L_2 - L_1) = (25 - 10) / (2 - 1) = 15$$

\*

\*

\*

$$L=10 \rightarrow GP_L = \dots = (Q_{10} - Q_9) / (L_{10} - L_9) = (88 - 90) / (10 - 9) = -2$$

**Hvala na pažnji!**

