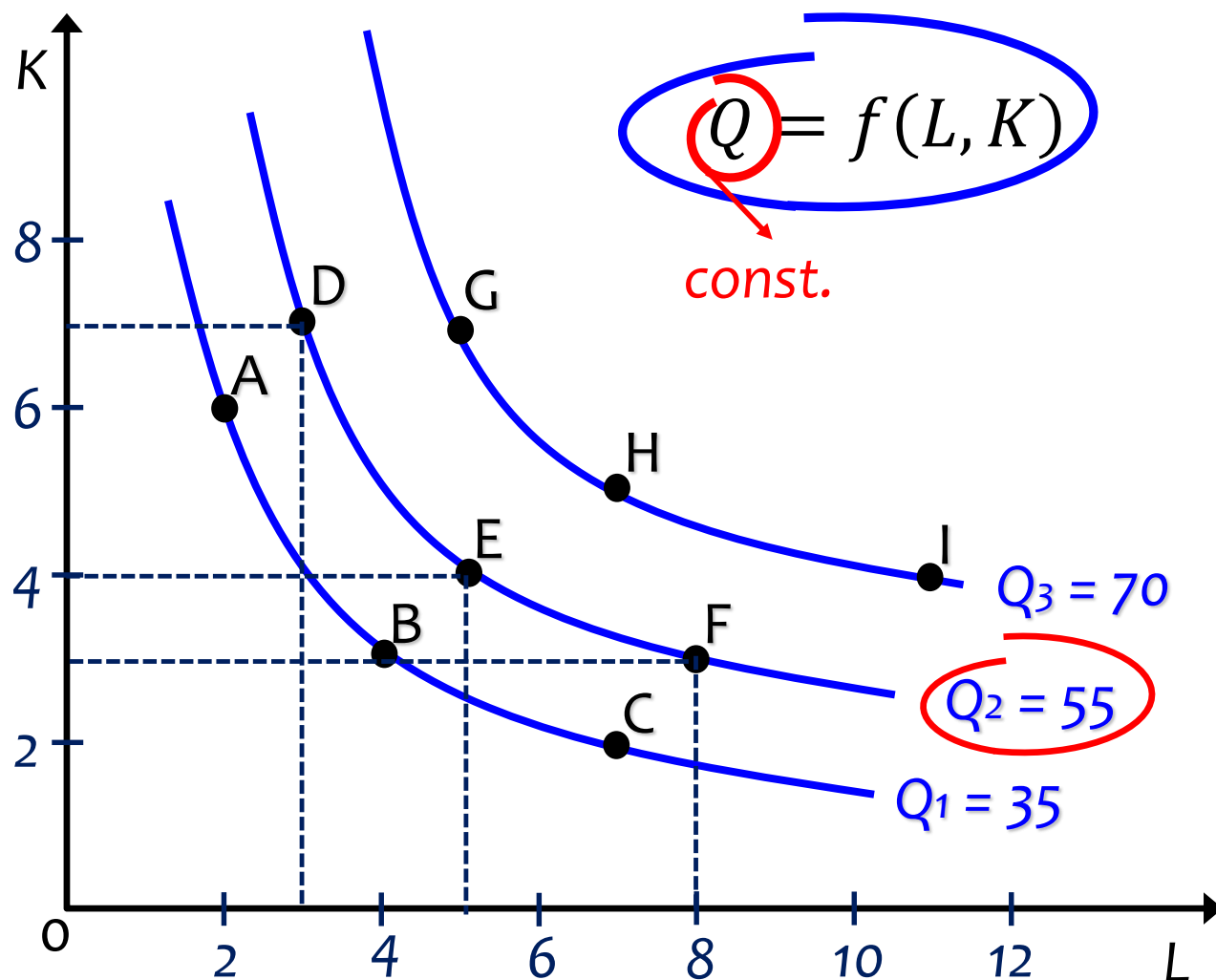


OPTIMIZACIJA U PROIZVODNJI

OSNOVI EKONOMIJE



Proizvodnja sa dva varijabilna faktora



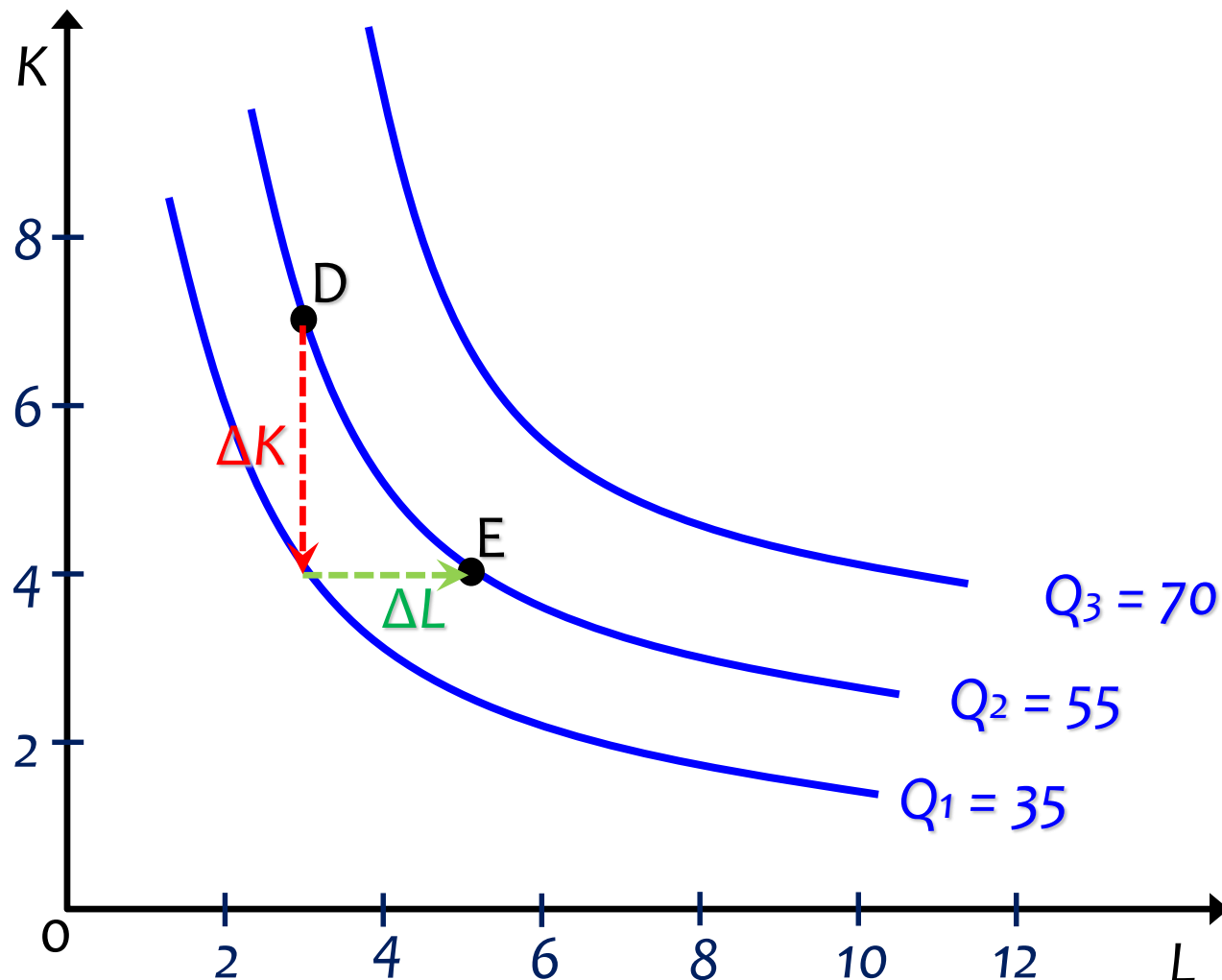
Izokvante su funkcije proizvodnje koje pokazuju **različite kombinacije proizvodnih faktora** (rada i kapitala) kojima se dobija **isti obim proizvodnje**.

Npr. isti obim proizvodnje od 55 jedinica (**izokvana Q_2**) se može postići različitim kombinacijama ulaganja faktora L i K:

- tačka D: $3L$ i $7K = 55$
- tačka E: $5L$ i $4K = 55$
- tačka F: $8L$ i $3K = 55$

Izokvanta Q_1 , koja spaja tačke A, B i C, pokazuje kombinacije ulaganja L i K kojima se postigne obim proizvodnje od 35 jedinica, a izokvanta Q_3 , koja spaja tačke G, H i I pokazuje kombinacije ulaganja L i K kojima se postigne obim proizvodnje od 70 jedinica.

Proizvodnja sa dva varijabilna faktora



Osobine izvokvaniti:

- ✓ Paralelne su, odnosno ne seku se.
- ✓ Predstavljaju sve veći nivo proizvodnje što su udaljenije od koordinatnog početka, $Q_3 > Q_2 > Q_1$ ($70 > 55 > 35$).
- ✓ Negativno su nagnute – u relevantnom području opadaju s leva na desno.
- ✓ Konveksne su u odnosu na koordinatni početak.

Granična stopa tehničke supstitucije

Granična stopa tehničke supstitucije (GSTS) predstavlja stopu kojom se jedan input supstituiše drugim duž izokvante (kako bi se očuvao isti nivo outputa).

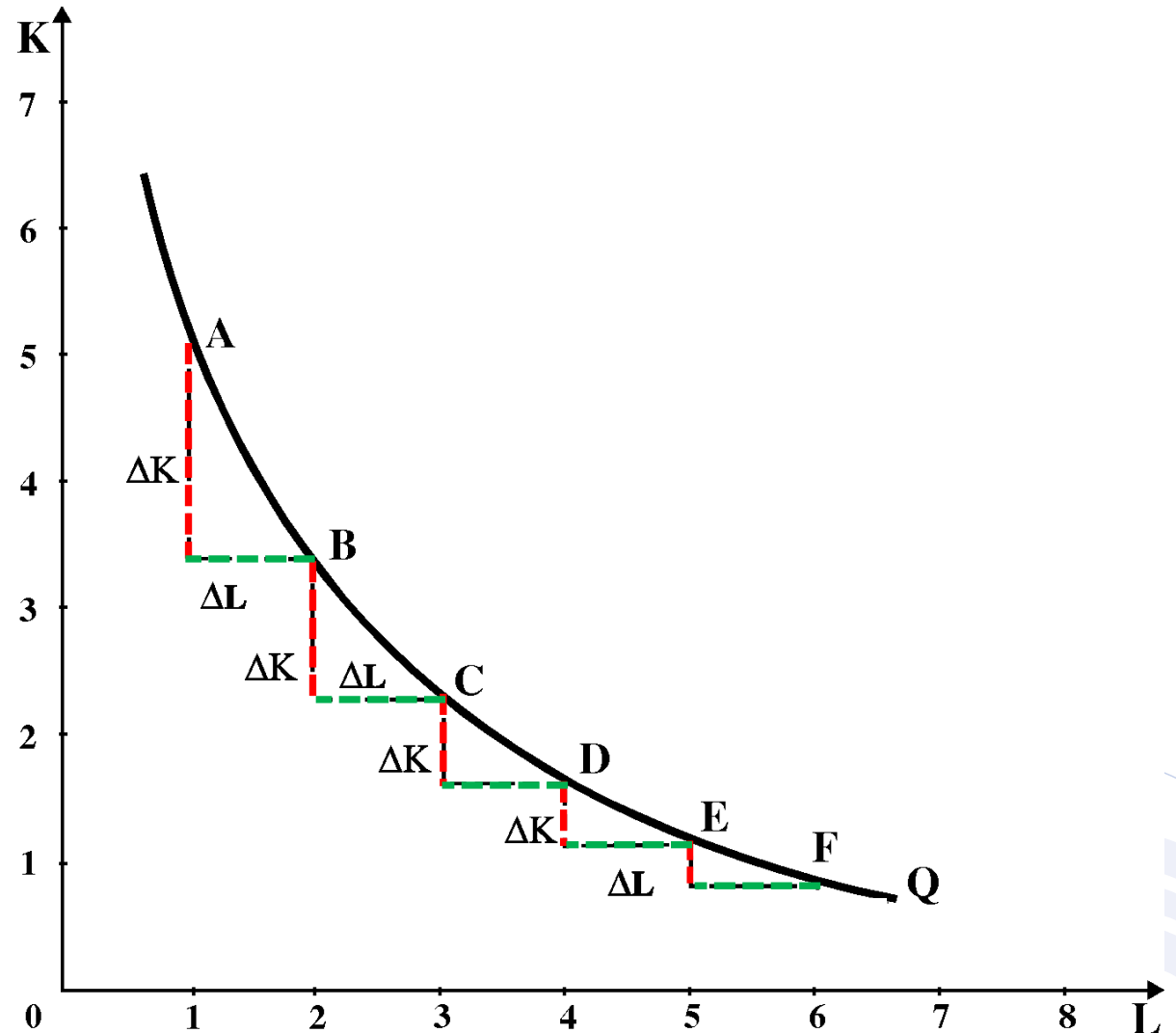
$$GSTS = \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

tj.

$$GSTS = \frac{dK}{dL}$$

U relevantnoj oblasti proizvodnje GSTS opada, to jest, sa sve većom upotrebom rada u odnosu na kapital, dolazi do opadanja apsolutne vrednosti $\Delta K/\Delta L$ duž izokvante.

Za isti obim proizvodnje (Q) smanjuju se mogućnosti zamene jednog proizvodnog faktora drugim proizvodnim faktorom.



Granična stopa tehničke supstitucije

Funkcija **ukupne proizvodnje**: $Q = f(L, K)$

Do promene uk. proizvodnje (dQ) dolazi usled promene ulaganja faktora rada (L) i/ili promene ulaganja faktora kapitala (K):

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK$$

Budući da izokvante predstavljaju različite kombinacije ulaganja proizvodnih faktora radi ostvarivanja iste količine proizvodnje sledi da je **duž jedne izokvante $dQ=0$** , odnosno da je:

$$\frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK = 0$$

Iz gornjeg izraza se izvodi **GSTS**:

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}}$$

ili

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{GP_L}{GP_K}$$

tj.

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{GP_L}{GP_K}$$

Granična stopa tehničke supstitucije (GSTS) je **jednaka odnosu graničnih proizvoda rada (GP_L) i kapitala (GP_K)**.

Optimalna kombinacija proizvodnih faktora

Kod efikasne upotrebe proizvodnih faktora, više bi se zapošljavao faktor čiji je granični proizvod veći. Međutim, u proizvodnji je prisutna i ekonomska supstitucija između proizvodnih faktora koja se odvija na osnovu cena faktora. Tako dolazimo do problema optimalne kombinacije faktora proizvodnje.

Analiziraćemo ponašanje proizvođača sa aspekta njegovog izbora kombinacije proizvodnih faktora, jer se određeni željeni obim proizvodnje (Q) može proizvesti različitim kombinacijama inputa (L i K).

Problem optimalne kombinacije proizvodnih faktora se može postaviti na dva načina:

- ✓ kako dati obim proizvodnje ostvariti uz minimalne troškove;
- ✓ kako sa datim troškovima proizvesti maksimalni obim proizvodnje.

Cene proizvodnih faktora i izotroškovne linije

Količinu kapitala ćemo, kao i do sada, obeležiti sa K , rada sa L , a respektivno njihove cene sa r i w . **Ukupni troškovi (T)** su jednaki zbiru troškova rada ($w \cdot L$) i troškova kapitala ($r \cdot K$), tj:

$$T = wL + rK$$

Ako izraz rešimo po K , dobijamo:

$$K = \frac{T}{r} - \frac{w}{r} L$$

Izotroškovna linija predstavlja različite kombinacije proizvodnih faktora koje generišu iste troškove za preduzeće.

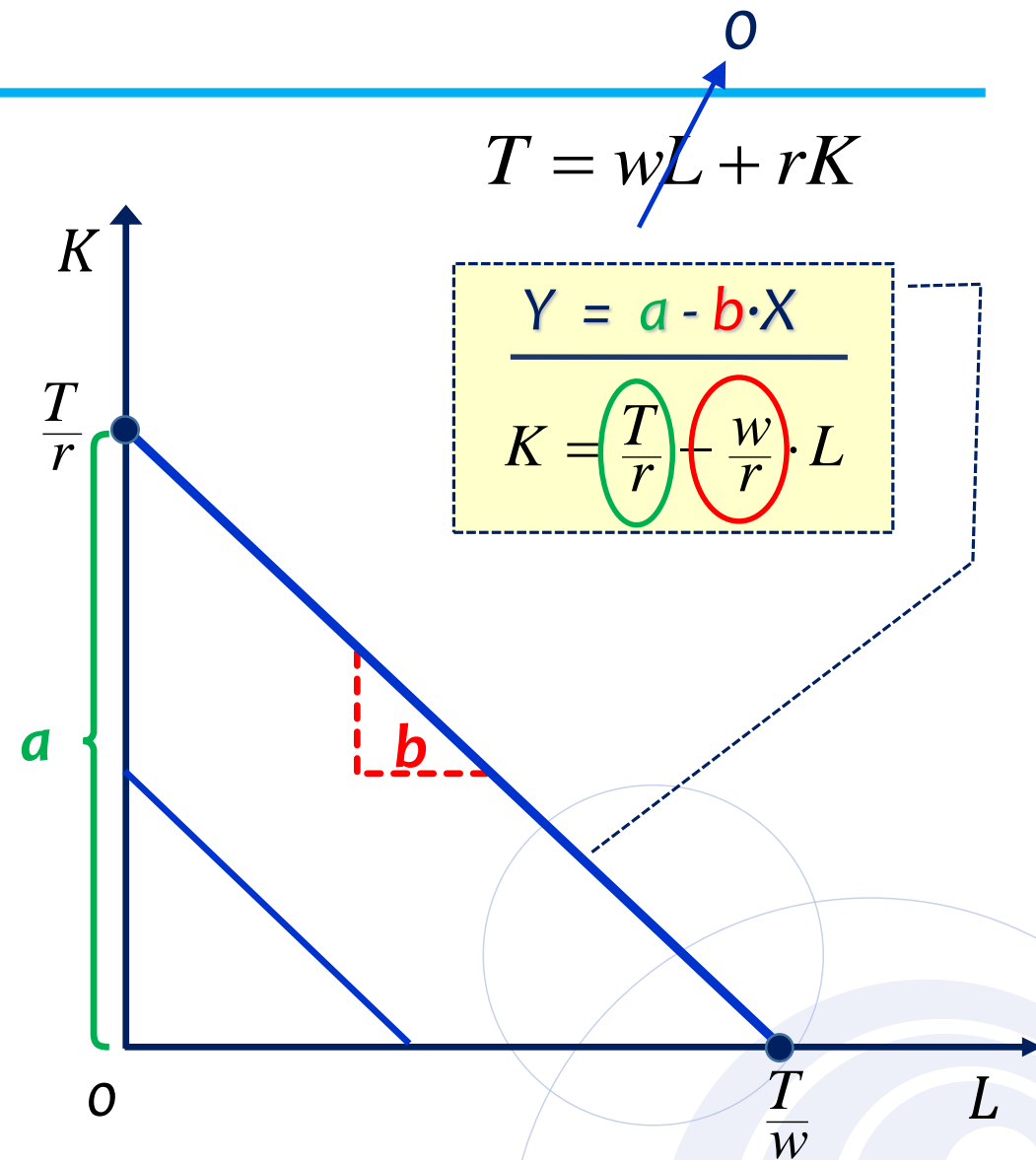
Izotroškovna linija

Odsečak na y-osi na kojoj je predstavljen kapital (K) jednak je T/r i predstavlja maksimalnu količinu kapitala koja je dostupna za iznos T pri ceni kapitala r ako se rad ne kupuje.

Odsečak na x-osi na kojoj je predstavljen rad (L) jednak je T/w i predstavlja maksimalnu količinu rada koja je dostupna za iznos T pri ceni rada w ako se kapital ne kupuje.

Nagib izotroškovne linije je $-w/r$, negativan odnos cene rada i kapitala, odnosno stopa ekonomske supstitucije.

Udaljenija izotroškovna linija, u odnosu na koordinatni početak, pokazuje veće troškove (T).



Proizvodnja datog obima proizvodnje sa minimalnim troškovima

*Proizvođač nastoji da određeni obim proizvodnje proizvede uz minimalne moguće troškove. Za postizanje ovog cilja neophodno je da proizvodnja bude organizovana na **najefikasniji način**.*

*Proizvođač će između različitih kombinacija ulaganja proizvodnih faktora, radi postizanja iste količine proizvodnje, izabrati **nejjeftiniju**.*

Analitički postupak za utvrđivanje optimuma u proizvodnji (najefikasnije upotrebe proizvodnih faktora)

Podsetimo se funkcije **ukupnih troškova**: $T = wL + rK$

Malo povećanje količine nabavljenih faktora L i K za dL i dK dovelo bi, pri nepromenjenim cenama faktora, do povećanja ukupnih troškova proizvodnje za dT :

$$dT = wdL + rdK \quad \text{a kada količine nisu infinitezimalne:} \quad \Delta T = w \cdot \Delta L + r \cdot \Delta K$$

Ako posmatramo **jednu izotroškovnu liniju**, onda se ukupni troškovi ne menjaju pa je $dT=0$, a prethodna jednačina postaje:

$$wdL + rdK = 0$$

tj.

$$w \cdot \Delta L + r \cdot \Delta K = 0$$

Sređivanjem dobijamo:

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{w}{r}$$

tj.

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{w}{r}$$

Pareto optimum u proizvodnji

Iz prethodno dobijenih jednačina:

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{GP_L}{GP_K} \quad \text{i} \quad \frac{dK}{dL} = -\frac{w}{r} \quad \text{sledi da je} \quad -\frac{GP_L}{GP_K} = -\frac{w}{r}$$

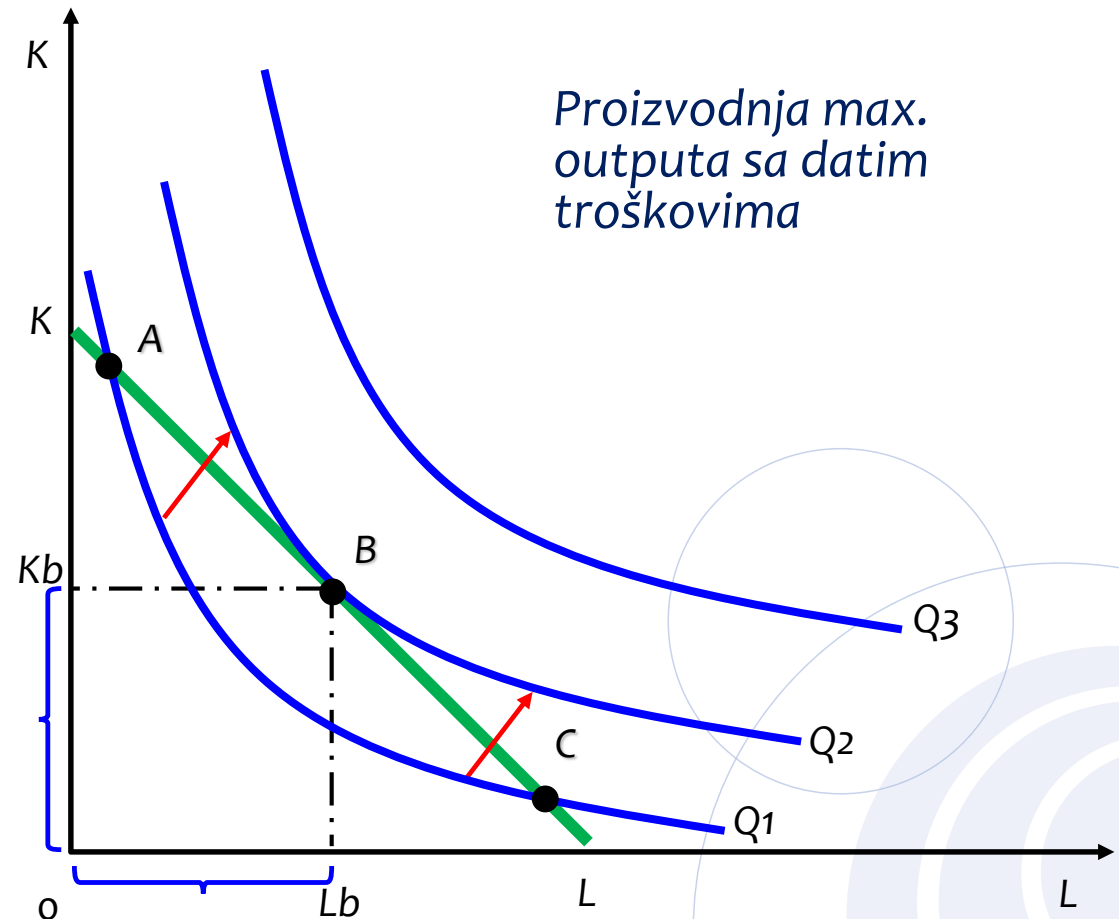
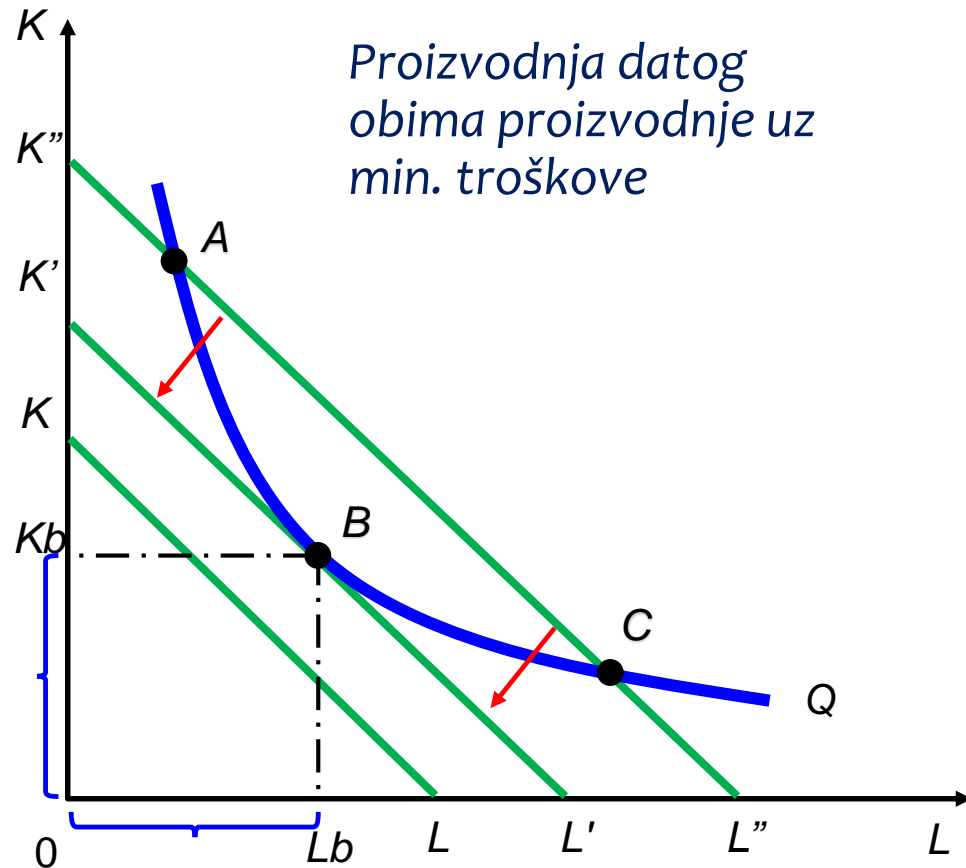
Ako preuredimo datu jednačinu dobićemo uslov za optimalnu kombinaciju proizvodnih faktora u Pareto obliku.

Pareto optimum u proizvodnji, odnosno optimalna kombinacija proizvodnih faktora, postignut je **analitički** za onu kombinaciju rada i kapitala (L^* , K^*) za koju se izjednačavaju odnosi između graničnih proizvoda i cena proizvodnih faktora, odnosno za koju važi jednakost:

$$\frac{GP_L}{w} = \frac{GP_K}{r}$$

Pareto optimum u proizvodnji

Pareto optimum u proizvodnji postignut je **grafički** za onu kombinaciju rada i kapitala (L^* , K^*) za koju važi da je **izotroškovna linija tangenta na izokvantu**, odnosno



Hvala na pažnji!

