ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3 15.6.2011.

1. Дате су површи: $S_1 : z^2 = x^2 + y^2$, $S_2 : y = x$ и $S_3 : y = -x^2$. Израчунати запремину тела T ограниченог датим површима и површину дела површи S_1 који припада телу T.

2. Дат је ред $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} ln^p \frac{n+1}{n} x^{4n}$.

1° Испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.

2° Наћи суму датог реда за $p = 0$.

3. Решити на диференцијалну једначину $y''' + 6y'' + 12y' + 8y = x + e^{-2x}$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3 27.2.2010.

1. Дате су површи: $S_1 : z^2 = x^2 + y^2$ и $S_2 : x^2 + y^2 = 2x + 2y$.

1° Израчунати запремину тела T ограниченог датим површима.

2° Израчунати површину дела површи S_1 који улази у састав тела T.

2. Дат је ред $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n)!}{(n!)^2} \right)^p \frac{x^n}{2n+1}$, $p \in R$ и функција $f(x) = arctgx - arcctgx$.

1° Испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.

2° Дату функцију развити у Маклоренов ред и одредити где важи развој.

3° Користећи резултат под 2° наћи суму датог реда за $p = 0, x = -1$.

3. Решити једначину $y'' + 2y' + (1 - a^2)y = x^2 e^{x/2}$, $a \in R$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3 30.08.2010.

1. Дате су површи $S_1 : x^2 + y^2 = 9$ и $S_2 : y^2 + z^2 = 9$.

20 1° Наћи запремину тела T одређеног датим површима.

15 2° Наћи површину дела површи S_2 који припада телу T.

30 2. Дат је ред $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \ln^p \frac{n+1}{n} x^{4n}$.

1° Испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.

10 2° Наћи суму датог реда за $p = 0$.

25 3. Решити диференцијалну једначину $yy'' + 2yy'^3 = y'^2$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3, 27. септембар 2011.

1. Тело T је ограничено површима $S_1 : y = -x^2$, $S_2 : y = x$ и $S_3 : z^2 = x^2 + y^2$. Израчунати његову запремину и површину дела површи S_3 који улази у састав тела T.

2. Дати су ред $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right)^p \frac{x^{2n}}{2n+1}$ и функција $f(x) = x \arcsin x$. Прво у зависности од реалног параметра p испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда, затим дату функцију развити у Маклоренов ред и одредити где важи добијени развој, и на крају искористити добијени развој за одређивање суме датог реда у случају када је $p = 1$.

3. У зависности од реалног параметра a решити диференцијалну једначину $y'' - (a+2)y' + 2ay = xe^x$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3 7.9.2011

1. Дат је ред $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^n}{(2n+1)^p 2^n (n+1)}$ и функција $f(x) = 3ln(x^2 + 9) + 2xarctg\frac{3-x}{x+3}$.

1° У зависности од реалних параметара p и q испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.

2° Дату функцију развити у Маклоренов ред. У ком интервалу важи добијени развој?

3° Користећи добијени развој наћи суму датог реда за $p = 1$, $q = -1$.

2. Наћи запремину тела одређеног површима $S_1 : x^2 + y^2 = 4$ и $S_2 : y^2 + (z-2)^2 = 4$.

3. Решити диференцијалну једначину $y''' + y' = \cos^{-1} x$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3

1. Дате су површи: $S_1 : z = \sqrt{x^2 + y^2} - 2$ и $S_2 : x^2 + y^2 - z^2 = -1$. Израчунати запремину тела T ограниченог датим површима и површину дела површи S_1 који припада телу T.

2. Функцију $f(x) = x, \quad x \in (-\pi, \pi], \quad f(x + 2\pi) = f(x)$ развити у Фуријеов ред и испитати за које x важи добијени развој? Користећи добијени развој наћи суму $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$

3. Решити једначину $y''' + y'' + y' + y = x$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3

20.9.2010.

1. Дате су површи $S_1 : z = -\sqrt{x^2 + y^2}$, $S_2 : y = x^2$, $S_3 : y = -x$ и $S_4 : z = 0$.
   1^o Наћи запремину тела T одређеног датим површима.
   2^o Израчунати површину дела површи S_1 који припада телу T.

2. Дат је ред $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2n+1)^a \quad (b-1)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$ и функција $f(x) = |\sin x|$.
   25 1^0 У зависности од $a, b \in R$ испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.
   20 2^0 Дату функцију развити у Фуријеов ред и испитати за које x важи добијени развој?
   5 3^0 Користећи развој под 2^0 наћи суму датог реда за $a = b = -1$.

3. Решити једначину $y''' - y' = xe^x$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3

17.4.2010.

1. Дате су површи: $S_1 : 4z^2 = x^2 + y^2$ и $S_2 : x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$.
   1^o Израчунати запремину тела T ограниченог датим површима.
   2^o Израчунати површину дела површи S_1 који улази у састав тела T.

4. Дат је ред $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(n!)^2}{(2n)!} \right)^p \frac{x^n}{2n+1}$, $p \in R$ и функција $f(x) = 5arctgx + 3arcctgx + 1$.
   1^o Испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.
   2^o Дату функцију развити у Маклоренов ред и одредити где важи развој.
   3^o Користећи резултат под 2^o наћи суму датог реда за $p = 0, x = -1$.

3. Решити једначину $y''' - 4y' = \sin 2x$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3

16 1. У зависности од $a \in \mathbb{R}$ испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \left(\binom{-1/2}{n} \binom{1/2}{n} \right)^a$.

16 2. У зависности од $a \in \mathbb{R}$ испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (\sin(1/n))^a x^n$.

16 3. Функцију $f(x) = x \operatorname{arctg} x$ развити у Маклоренов ред, одредити где важи добијени развој и израчунати $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n(2n+1)}$.

36 4. Функцију $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , \quad 0 < x < 1 \\ x - 1 & , \quad -1 < x < 0 \\ 0 & , \quad x \in \{-1, 0, 1\} \end{cases}$, $f(x+2) = f(x)$, развити у Фуријеов ред и одредити где важи развој.
5

5. Израчунати површину и запремину тела ограниченог површима $z = 2 - \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ и $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

6. Решити диференцијалну једначину $xy'' = y' + x \sin(y'/x)$.

Други колоквијум из Математике 3 09.01.2009.

1. Функцију $f(x) = |x|,\ x \in [-\pi, \pi],\ f(x+2\pi) = f(x)$ развити у Фуријеов ред и испитати где важи развој. Користећи добијени развој израчунати суму реда $\sum\limits_{n=1} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

2. а) Израчунати $\iint\limits_D \sqrt{1-y^2}dxdy$, где је $D:\ x^2+y^2 \le 1$.

б) Израчунати $\iint\limits_D \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+y^3}}dxdy$, где је D област ограничена са $y = x,\ y = 2x$ и $y = 1$.

в) Израчунати $\iint\limits_D (x+y)dxdy$, ако је област D ограничена кривим $y^2 = 2x$ и $x^2 = 2y$.

3. Дате су површи $S_1:\ x^2+y^2 = x+y$ и $S_2:\ z^2 = x^2+y^2$. Израчунати запремину тела T ограниченог површима S_1 и S_2, као и површину дела површи S_2 која припада телу T.

4. Наћи опште решење диференцијалних једначина:
а)$y'' = 2x + \frac{y'}{x}$.
б)$y'' = y'e^{-y}$.
в) $x^3y''' + 3x^2y'' + 2xy' = x + lnx$.

5. Наћи опште решење диференцијалне једначине $xy'' - (2x+1)y' + 2y = x^2$, ако се зна да је једно партикуларно решење одговарајуће хомогене једначине облика $y_1 = e^{ax}$, где је a константа коју треба одредити.

Писмени испит из Математике 3 20.01.2008.

1. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{np}}{\sqrt{n^2+5}-n} x^{2n},\ p \in \mathbb{R}$.
2. Функцију $f(x) = (x^2+1)arcctgx + x$ развити у Маклоренов ред и испитати где важи развој.
3. Функцију $f(x) = sgn(sinx)$ развити у Фуријеов ред и испитати где важи развој. Користећи добијени развој наћи суму реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$.
4. Дате су површи $S_1:\ z = 2 - \sqrt{1-x^2-y^2}$ и $S_2:\ z = \sqrt{3+x^2+y^2}$. Израчунати запремину тела T ограниченог датим површима, као и површину дела површи S_1 која припада телу T.
5. Решити диференцијалну једначину $y'' + (1-a)y' - ay = xe^{-x} + e^x,\ a \in \mathbb{R}$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3 18.9.2008.

1. Дате су површи: $S_1 : x^2 + y^2 = 4$, $S_2 : z = 0$ и $S_3 : z = xy$. Израчунати запремину тела T ограниченог датим површима и површину дела површи S_3 који припада телу T.

2. Дат је ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\left[\left(1+\frac{1}{4n+1}\right)^p - 1\right]x^{4n}$ и функција $f(x) = x\,arcsin(x^2)$.

1^0 У зависности од p испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.

2^0 Дату функцију развити у Маклоренов ред и одредити где важи развој.

2^0 За $p = 1$ наћи суму датог реда.

3. Решити на диференцијалну једначину $xy'' + ln\, y'' = y'$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3

1. Дат је ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\binom{2n}{n}^p \frac{(-1)^n x^n}{(4n^2+8n+3)^p}$ и функција $f(x) = (2x^2+1)\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) - x\sqrt{x^2+1}$.

1^o Испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.

2^o Дату функцију развити у Маклоренов ред. У ком интервалу важи добијени развој?

3^o Користећи добијени развој наћи суму датог реда за $p = 1,\ x = 1/16$.

2. Функцију $f(x) = x^2 + 1,\ x \in [-\pi, \pi],\ f(x+2\pi) = f(x)$ развити у Фуријеов ред, па користећи тај развој наћи суму $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$.

3. Наћи запремину тела одређеног површима $S_1 : x^2 + y^2 = 4$ и $S_2 : y^2 + z^2 = 4$.

4. Решити диференцијалну једначину $y'' + y = \cos^{-1} x$,

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 3 23.02.2008.

1. Нека површи $S_1: x^2+y^2+z^2=6z$ и $S_1: x^2+y^2=z^2$ ограничавају тела T_1 и T_2.

а) Одредити однос запремина датих тела.

б) Одредити однос површина датих тела.

2. Дати су ред $\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{n!}{n^n})^p \frac{2n+3}{4^n(2n+1)}x^{2n},\ p\in R$ и функција $f(x)=x^2 ln\frac{2+x}{2-x}$.

а) Испитати конвергенцију датог реда у зависности од реалног параметра p.

б) Дату функцију развити у Маклоренов ред и испитати у ком интервалу важи добијени развој.

в) Користећи резултат под б), наћи суму датог реда за $p=0$.

3. Нека је $L(y)=2x^2(x-1)y''+x(3-5x)y'+3(2x-1)y$.

а) Показати да диференцијална једначина $L(y)=0$ има једно партикуларно решење у облику полинома, па на основу тога решити ту једначину.

б) Решити једначину $L(y)=x^2(x-1)^2$.

ПРВИ ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ II 28.11.2005 A

1. Дате су површи $S_1: z=-\sqrt{x^2+y^2}$, $S_2: x^2=-3y$ и $S_3: x=\sqrt{3}\,y$. Нека је T тело ограничено са датим површима и са равни $z=0$, а c затворена крива линија по којој површи S_2 и S_3 секу површ S_1. Израчунати:

1^0 Запремину тела T.

2^0 Површину дела површи S_1 који припада телу T.

3^0 $\oint_c \frac{dx}{(1-3y)^2}+e^x dy+dz$, ако се интеграција врши супротно смеру кретања казаљке на сату посматрано из тачке $(-1,-1,0)$.

2. Дефиниција криволинијског интеграла I врсте. Израчунавање двојног интеграла.

Pismeni ispit iz Matematike II, 21. septembar 2006.

1. Date su površi $S_1: z=\sqrt{1-x^2}$, $S_2: x^2+y^2=1$ i $S_3: z=0$.

9+9 1.1 Izračunati zapreminu tela T ograničenog datim površima i površinu dela površi S_1 koji ulazi u sastav tela T.

16 1.2 Izračunati $\int_c x^2y\,dx-xy^2dy+(x+y)dz$ ako je c gornja strana dela presečne krive površi S_1 i S_2 za $x\leqslant 0$ i ako se integracija vrši od krajnje tačke krive c u kojoj je $y\geqslant 0$ do krajnje tačke krive c u kojoj je $y\leqslant 0$.

2. Dati su red $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(2q+1)^n}{(2n+1)^p(2n-1)2^n}$ i funkcija $f(x)=|\sin x|$.

22 2.1 U zavisnosti od realnih parametara p i q ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju datog reda.

16 2.2 Datu funkciju razviti u Furijeov red i ispitati za koje $x\in\mathbb{R}$ važi dobijeni razvoj.

6 2.3 Izračunati sumu datog reda za $p=1$ i $q=-\frac{3}{2}$.

21 **3.** Rešiti diferencijalnu jednačinu $y'''-6y''+12y'-8y=e^{2x}\operatorname{arctg} x$.

ТРЕЋИ ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ II 4.2. 2003.

1. Дат је ред $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4n^2+1)\left[ln(n^2+1)-2\,ln\,n\right]^q}{4n^2-1}\left[\left(\frac{4n^2+1}{4n^2-1}\right)^p-1\right]$ и фунција $f(x)=x\sin x$.

10 1^0 У зависности од реалних параметара p и q испитати конвергенцију датог реда.

15 2^0 Дату функцију развити у Фуријеов ред на интервалу $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

10 3^0 На основу резултата под 2^0 наћи суму датог реда за $p=1$ и $q=0$.

30 2. Решити диференцијалну једначину $y''+(1+a)y'+ay=(a-1)\,e^{-x}\cos x+xe^{-x}, a\in R$.

5 3. Решавање хомогене линеарне диференцијалне једначине другог реда, ако је познато једно њено партикуларно решење.

Писмени испит из Математике II 2.10.2003.год.

1. Дате су површи $S_1: z = x^3 + y^3$, $S_2: y = x^4$ и $S_3: y = x^2$. Нека c затворена крива по којој површи S_2 и S_3 секу površ S_1, а S доња страна дела површи S_1 који је ограничен кривом c.

1^0 Израчунати $\int_c zdx + e^x dy + sin(x^6 - x^{12})dz$, ако се интеграција врши супротно смеру кретања казаљке на сату посматрано из тачке $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, 0\right)$.

2^0 Израчунати $\iint_S \frac{dy\,dz}{x^2+1} + ydzdx + \sqrt{1-x^2}\,dxdy$.

2. Дат је ред $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^p}{(2n+1)!3^n[(2n)!]^q} x^n$ и функција $f(x) = 3ln(x^2+9) + 2xarctg\frac{3-x}{3+x}$.

1^0 У зависности од реалних параметара p и q испитати апсолутну и условну конвергенцију датог реда.
2^0 Дату функцију развити у Маклоренов ред. У ком интервалу важи добијени развој.
3^0 Користећи развој под 2^0 наћи суму датог реда за p = q = x = −1.

3. Решити диференцијану једначину $y''' + y' = \frac{1}{cos\,x}$.

PRVI PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II 6.12.2000.

1. Date su površi $S_1: x^2 + y^2 + z^2 = 2(3+\sqrt{6})z$ i $S_2: x^2 + y^2 + z^2 = 12z - 9$. Izračunati:

$\iiint_T (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} dxdydz$, gde je T ono telo ograničeno datim površima koje sadrži tačku (0,0,6).

2. Date su površi $S_1: x^2 + y^2 = 9$ i $S_2: y^2 + z^2 = 9, z \geq 0$. Neka je T telo ograničeno datim površima i ravni z=0, a c presečna kriva datih površi.

1^0 Naći zapreminu i površinu tela T.

2^0 Izračunati $\oint_c x^2y^3dx + \frac{dy}{7-x} + |x|dz$, ako se integracija vrši suprotno smeru kretanja kazaljke na satu posmatrano iz tačke (0,0,-1).

3. Definicija i izračunavanje dvojnog integrala.