

Писмени испит из математике 2, 5.7.2018.

1. Израчунати:

1.1 [7 поена] $\int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$;

1.2 [8 поена] $\int \frac{1}{(x+1)^2} \sqrt{\frac{x+1}{1-x}} dx$;

1.3 [5 поена] $\int_{-\pi}^{\pi} x^3 \sin^2(3x) dx$:

1.4 [7 поена] $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{\ln(x)}}(\ln^2(x)+1)}{x} dx$.

2. [18 поена] Одредити запремину тела које настаје ротацијом криве

$$y = \frac{\sqrt{\arctg(x/2)}}{x-1}$$

око x осе за $2 \leq x \leq 2\sqrt{3}$.

3. [15 поена] Одредити екстремне вредности функције

$$z(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}}.$$

4. Решити диференцијалне једначине:

4.1 [20 поена] $(x + \sqrt{1+x+x^2})y' + \frac{xy+y\sqrt{1+x+x^2}}{(x+2)(x+3)} - \frac{x+3}{x+2} = 0$;

4.2 [10 поена] $y - xy' + \frac{1}{3}(y')^3 = 0$.

5. [10] Одредити једначину праве q која је паралелна правој

$$p: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 4z + 1 = 0 \end{cases}$$

и садржи тачку A која је пресек праве $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-5}{3}$ и равни $\alpha: 2x - y + 3z - 7 = 0$.