

Задаци из интеграла за вежбу

Стеван Милашиновић

Јануар 2019

1 Израчунавање двојног интеграла

Израчунати следеће интеграле

1. $\iint_D xy \, dx \, dy$, $D : x = y^2, x - y - 2 = 0$
2. $\iint_D \frac{x}{y^2} \, dx \, dy$, $D : y = x, x = 0, y = 1$
3. $\iint_D \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + y^3}} \, dx \, dy$, $D : y = x, y = 2x, y = 1$
4. $\iint_D x \, dx \, dy$, $D : x^2 + y^2 \leq 2x + 8$
5. $\iint_D \sqrt{1 - y^2} \, dx \, dy$, $D : x^2 + y^2 \leq 1$
6. $\iint_D \frac{1}{(x+y)^3} \, dx \, dy$, $D : xy = 4, x + y = 5, y = x$
7. $\iint_D x^3 y^2 e^{x^2 y^4} \sin(xy) \, dx \, dy$, $D : (x - 1)^2 + y^2 \leq 1$
8. $\iint_D \frac{\tan x}{e^{x^2 y}} \, dx \, dy$, $D : x^2 + (y - 1)^2 \leq 1$

2 Смена променљиве

Израчунати следеће интеграле

1. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$, $D : x^2 + y^2 \leq 4$
2. $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx \, dy$, $D : x^2 + y^2 \leq 2x$
3. $\iint_D (x + y) \, dx \, dy$, $D : x^2 + y^2 \leq 2x$
4. $\iint_D (x + y) \sqrt{(x^2 + y^2)^3} \, dx \, dy$, $D : x^2 + y^2 \leq x + y$
5. $\iint_D \frac{y}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2}} \, dx \, dy$, $D : x^2 + y^2 \leq 1$
6. $\iint_D (1 - 4x^2 - y^2) \, dx \, dy$, $D : 4x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$
7. $\iint_D (2x + y) e^{2x - y} \, dx \, dy$, $D : y + 2x + 2 = 0, y + 2x - 2 = 0, 2x - y - 2 = 0, 2x - y + 2 = 0$
8. $\iint_D \frac{\ln(x^2 - 2xy + y^2 + 1)}{2x + 3y + 2} \, dx \, dy$, $D : y \leq x \leq y + 1, 0 \leq 2x + 3y \leq 2$

3 Примена двојног интеграла

1. Израчунати запремину мањег тела које је ограничено површима $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4x + 4y$, $S_2 : z = \sqrt{x^2 + y^2}$
2. Израчунати запремину тела које је ограничено површима $S_1 : x^2 + y^2 - z^2 = 1$, $S_2 : 2z = x^2 + y^2$, $S_3 : z = 0$
3. Израчунати запремину тела које је ограничено површима $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $S_2 : x^2 + x^2 = 1$ (Ове две површи ограничавају два тела и свеједно је коју запремину од та два ћемо израчунати јер се она друга добија одузимањем прве од запремине лопте).
4. Израчунати запремину тела које је ограничено површима $S_1 : z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $S_2 : (z - 7)^2 = x^2 + y^2 + 7$
5. Израчунати запремину тела које је ограничено површима $S_1 : z = 3y^2$, $S_2 : z = 1 - x^2 - y^2$, као и површину површи S_2 која је део тела.
6. Израчунати запремину и површину тела које је ограничено површима $S_1 : z^2 = x^2 + y^2$, $S_2 : z + x^2 + y^2 = 0$
7. Израчунати запремину и површину тела које је ограничено површима $S_1 : z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $S_2 : z = 2 - x^2 - y^2$