

Zadatak br. 3

- Digitalni telekomunikacioni sistem se sastoji od:

I Izvora informacija koji emituje simbole s_1, \dots, s_7 , brzinom $v(s)=1000$ simb/s.

Verovatnoće pojavljivanja simbola su date u tablici:

s_i	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7
$P(s_i)$	0,3	0,2	0,15	0,15	0,1	0,05	0,05

II Binarnog statističkog koda po Hafmenovom postupku.

III Kanal se može predstaviti pomoću dve deonice od kojih se jedna modelira binarnim simetričnim kanalom, druga deonica je binarni nesimetrični kanal, a verovatnoća greške po jedinici je dva puta veća od verovatnoće greške po nuli (koja je jednaka verovatnoći greške kod prve deonice i jednaka je $p=10^{-2}$).

a) Odrediti srednju dužinu kodne reči i efikasnost Hafmenovog koda

b) Odrediti informacioni fluks izvora i transinformacioni fluks.

c) Odrediti verovatnoću greške pri prenosu za slučaj bez kodovanja i za slučaj kada se nakon statističkog kodovanja primeni zaštitno kodovanje, sa ponavljanjem bita tri puta (pri čemu se na prijemu vrši većinsko odlučivanje). Kako zaštitno kodovanje utiče na transinformacioni fluks?

Zadatak br. 3

- Statistički koder vrši binarno kodovanje:

Simboli	$P(s_i)$	Kodne reči
s_1	0,30	00
s_2	0,20	10
s_3	0,15	010
s_4	0,15	011
s_5	0,10	110
s_6	0,05	1110
s_7	0,05	1111

Srednja dužina kodne reči, entropija ulaznog signala i efikasnost koda:

$$L_{sr} = 0.3 \cdot 2 + 0.2 \cdot 2 + 0.15 \cdot 3 + 0.15 \cdot 3 + 0.1 \cdot 3 + 0.05 \cdot 4 + 0.05 \cdot 4 = 2.6 \text{ [b/simb]}$$

$$H(S) = \sum_{i=1}^7 P(s_i) \log_2 \frac{1}{P(s_i)} = 2.57 \text{ [Sh / simb]}$$

$$\eta = (H(S) / L_{sr}) \cdot 100\% = (2.57 / 2.6) \cdot 100\% = 98.88\%$$

Jasno je da statistički koder nije idealan jer ne važi $L_{sr}=H(S)$ ali je koeficijent kompresije i dalje veoma visok.

Zadatak br. 3

b) Verovatnoće bita na izlazu statističkog koda, entropija binarne sekvence na izlazu statističkog koda:

$$P(0) = (0.3 \cdot 2 + 0.2 \cdot 1 + 0.15 \cdot 2 + 0.15 \cdot 1 + 0.1 \cdot 1 + 0.05 \cdot 1 + 0.05 \cdot 0) / L_{sr} = 1.4 / 2.6 = 0.5385$$

$$P(1) = (0.3 \cdot 2 + 0.2 \cdot 1 + 0.15 \cdot 2 + 0.15 \cdot 1 + 0.1 \cdot 1 + 0.05 \cdot 1 + 0.05 \cdot 0) / L_{sr} = 1.2 / 2.6 = 0.4615$$

$$H(x) = \sum_{i=1}^2 P(x_i) \log_2 \frac{1}{P(x_i)} = 0.5385 \cdot \log_2 \frac{1}{0.5385} + 0.4615 \cdot \log_2 \frac{1}{0.4615} = 0.9957 \text{ [Sh / simb]}$$

Informacioni fluks izvora:

$$\Phi(s) = H(s)v(s) = 2.57 \text{ [Sh / simb]} \cdot 1000 \text{ [simb / s]} = 2570 \text{ [Sh / s]}$$

Brzina signalizacije kroz kanal, preneti informacija i transinformacioni fluks:

$$v(x) = L_{sr} \cdot v(s) = 2.6 \text{ [b / simb]} \cdot 1000 \text{ [simb / s]} = 2600 \text{ [b / s]}$$

$$I(x, y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P(x_i, y_j) \cdot \log_2 \frac{P(y_j / x_i)}{P(y_j)},$$

$$\Phi(x, y) = v(x) \cdot I(x, y)$$

Zadatak br. 3

b) Kanal se sastoji od dve deonice – BSC i NSC:

$$\Pi_{BSC} = \begin{bmatrix} v_{BSC,0} & p_{BSC,0} \\ p_{BSC,1} & v_{BSC,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{NSC} = \begin{bmatrix} v_{NSC,0} & p_{NSC,0} \\ p_{NSC,1} & v_{NSC,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ 2p & 1-2p \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{ekv} = \Pi_{BSC} \Pi_{NSC} = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-p & p \\ 2p & 1-2p \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (1-p)^2 + 2p^2 & p(2-3p) \\ 3p(1-p) & (1-p)(1-2p) + p^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{e,0} & p_{e,0} \\ p_{e,1} & v_{e,1} \end{bmatrix}$$

Za date numeričke vrednosti:

$$p = 10^{-2} \Rightarrow \Pi_{ekv} = \begin{bmatrix} (1-p)^2 + 2p^2 & p(2-3p) \\ 3p(1-p) & (1-p)(1-2p) + p^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9803 & 0.0197 \\ 0.0297 & 0.9703 \end{bmatrix}$$

Zadatak br. 3

b) Združene verovatnoće:

$$P(x_i, y_j) = P(x_i)P(y_j / x_i)$$

$$P(0,0) = 0.5385 \cdot 0.9803 = 0.5279, \quad P(0,1) = 0.5385 \cdot 0.0197 = 0.0106,$$

$$P(1,0) = 0.4615 \cdot 0.0297 = 0.0137, \quad P(1,1) = 0.4615 \cdot 0.9703 = 0.4478.$$

Verovatnoće simbola $y_1=0$ i $y_2=1$ na izlazu kanala:

$$P(y_j) = P(x_1)P(y_j / x_1) + P(x_2)P(y_j / x_2)$$

$$\Rightarrow P(y_1) = 0.5279 + 0.0137 = 0.5416$$

$$P(y_2) = 0.0106 + 0.4478 = 0.4584$$

Numeričke vrednosti za prenetu informaciju i transinformativni fluks:

$$I(x, y) = 0.8307 \text{ [Sh / simb]}$$

$$\Phi(x, y) = 2600 \text{ [simb / s]} \cdot 0.8307 \text{ [Sh / simb]} = 2159.82 \text{ [Sh / s]}$$

Zadatak br. 3

b) Potrebno je zapaziti sledeće:

1. Međusobno preneti informacija ima relativno veliku vrednost jer je verovatnoća greške u kanalu mala a verovatnoće pojave oba binarna simbola na ulazu u kanal su prilično ujednačene, zahvaljujući primeni Hafmenovog statističkog kodera.

2. Statističko kodovanje istovremeno minimizuje binarni protok za istu prenetu količinu informacije, pa se minimizira potreban kapacitet prenosnog kanala. Kapacitet prenosnog sistema mora biti veći od 2159.82 [Sh/s] za uspešan prenos kroz kanal.

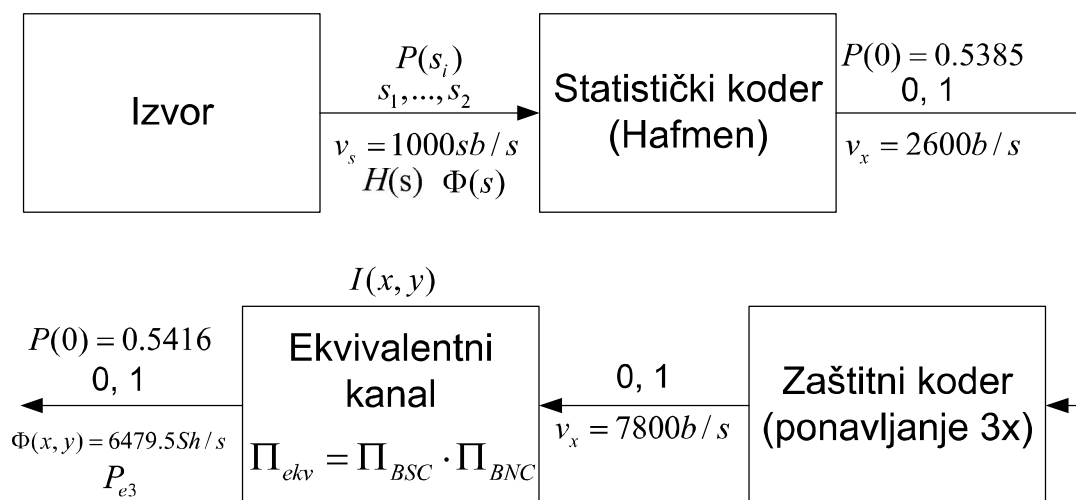
3. Zapaziti da u idealnom slučaju – idealno statističko kodovanje pa $L_{sr}=H(s)$ i prenos bez greške pa $I(x,y)=1$ važi

$$\Phi(x, y) = \Phi(s) = 2600 \text{ [Sh / s]}$$

Zato je minimalna vrednost kapaciteta kanala potrebna za uspešan prenos poslate informacije 2600 [Sh/s].

Zadatak br. 3

c) Blok šema predajne strane sistema sa zaštitnim koderom:



Zadatak br. 3

Verovatnoća greške pri prenosu za slučajeve bez kodovanja i sa kodovanjem

$$P_\varepsilon = P(x_1)P(y_2/x_1) + P(x_2)P(y_1/x_2) = 0.0243$$

$$P_{\varepsilon ZK,0} = \sum_{i=2}^3 \binom{3}{k} p_0^k (1 - p_0^{3-k}) = 3p_0^2(1 - p_0) + p_0^3 = 0.0012$$

$$P_{\varepsilon ZK,1} = \sum_{i=2}^3 \binom{3}{k} p_1^k (1 - p_1^{3-k}) = 3p_1^2(1 - p_1) + p_1^3 = 0.0027$$

$$P_{\varepsilon ZK} = P(x_1)P_{\varepsilon 3,0} + P(x_2)P_{\varepsilon 3,1} = 0.0019, \quad P_{\varepsilon ZK} / P_{\varepsilon 1} = 12.79$$

Može se smatrati da koder, kanal i dekoder združeno čine novi diskretni kanal. Zaštitno kodovanje značajno smanjuje verovatnoću greške koja se vidi na izlazu tog novog kanala pa preneti informacija i informacioni fluks rastu (brzina pristizanja simbola na ulaz koderu se ne menja):

$$I(x, y) = 0.9760 [Sh/s]$$

$$\Phi(x, y) = 2600 [simb/s] \cdot 0.9760 [Sh/simb] = 2537.5 [Sh/s]$$

Ipak, binarni protok kroz fizički kanal raste tri puta, pa je neophodno da se izabere kanal sa dovoljnom širinom propusnog opsega tako da ne dodje do ISI pri prenosu (da bude zadovoljen I Nikvistov kriterijum).