

## 1. (10 poena)

(4p) Kvadratna transformacija jedne slučajne promenljive. Navesti karakterističan primer.

(6p) Gausova (normalna) raspodela – opis, funkcija gustine verovatnoće, momenti, primer.

## 2. (10 poena)

Sinusoida sa slučajnom fazom – funkcija gustine verovatnoće, autokorelaciona funkcija, SGSS.

## 3. (10 poena)

(5p) Hafmenov postupak, objasniti i dati jedan primer.

(5p) Binarni kanal - opis, odnos verovatnoća, primer.

## 4. (10 poena)

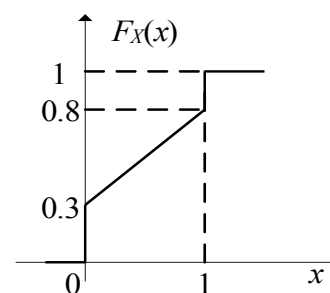
(4p) Napisati generišuću matricu Hemingovog koda parametara (8,4).

(6p) Nacrtao strukturu jednog proizvoljno izabranog konvolucionog kodera, odgovarajući dijagram stanja i trelis.

5. (15 poena) Na slici 5 data je kumulativna funkcija verovatnoće  $F_X(x)$  slučajne promenljive  $X$ .

a) Odrediti i grafički predstaviti funkciju gustine verovatnoće  $f_X(x)$ .

b) Izračunati srednju vrednost i varijansu slučajne promenljive  $X$ .



Slika 5

6. (15 poena) Na ulazu linearnog komunikacionog kanala koji se može aproksimirati idealnim filtrom propusnikom opsega učestanosti od 300 Hz do 3.4 kHz, deluje slučajan proces  $X(t)$ . Utvrđeno je da je autokorelaciona funkcija ovog procesa data izrazom  $R_X(\tau) = 0.25 \cdot e^{-6800\pi|\tau|}$ ,  $-\infty < \tau < \infty$ . Odrediti odnos srednje snage slučajnog procesa na ulazu i izlazu komunikacionog kanala u decibelima.

7. (15 poena) Diskretni izvor signala bez memorije opisan je tabelom 7. Brzina emitovanja simbola izvora iznosi 7000 simbola u sekundi.

$u_i$	$u_1$	$u_2$	$u_3$
$P_i$	0.6	0.3	0.1

Tabela 7

Koristeći Hafmenov postupak izvršiti statističko kodovanje izvora tako da se omogući prenos kroz binarni kanal čija je maksimalna brzina prenosa 9600 b/s.

8. (15 poena) Pri prenosu poruka kroz kanal sa šumom vrši se zaštitno kodovanje Hemingovim (8,4) kodom. Odrediti i komentarisati odgovarajuće sindrome, a zatim proceniti koja je informaciona reč poslata, ako je primljena sledeća reč:

a) 01101110,

b) 10000110,

c) 11100111.

**NAPOMENA:** Dozvoljeno je korišćenje samo pribora za pisanje i neprogramabilnog džepnog kalkulatora. Ispit traje 3 sata. Nije dozvoljeno napuštanje ispita tokom prvih 60 minuta. Nije dozvoljeno iznošenje zadatka do kraja ispita.

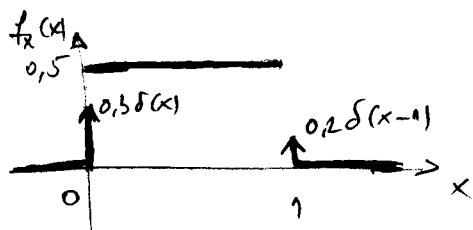
REŠENJA ZADATAKA

①, ②, ③, ④ videti skripte sa predavanjima

⑤ a)  $F_x(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,3 + 0,5x, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$

$f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx}$

$$f_x(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,3 \delta(x), & x = 0 \\ 0,5, & 0 < x < 1 \\ 0,2 \delta(x-1), & x = 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$



b)  $\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot 0,3 \delta(x) dx + \int_0^1 x \cdot 0,5 dx + \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot 0,2 \delta(x-1) dx$

$\bar{x} = 0 + 0,5 \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + 0,2 \cdot 1 = 0,45$

$\bar{x}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x(x) dx = 0 + 0,5 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + 0,2 \cdot 1^2$

$\bar{x}^2 = 0,3667$

$\text{Var}(x) = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = 0,1642$

⑥  $R_x(t) = 0,25 \cdot e^{-6800\pi t}$

$P_x = R_x(0) = 0,25 \text{ W} = 250 \text{ mW}$

$S_x(f) = F\{R_x(t)\} = 0,25 \cdot F\left\{e^{-\frac{|t|}{\frac{1}{6800\pi}}}\right\} = 0,25 \cdot \frac{2 \cdot \frac{1}{6800\pi}}{1 + \left[2\pi \cdot \frac{1}{6800\pi} f\right]^2}$

$S_x(f) = \frac{1}{13600\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{3400}\right)^2}, \quad -\infty < f < \infty$

$S_y(f) = S_x(f) |H(jf)|^2$

$S_y(f) = \begin{cases} S_x(f), & 300 \text{ Hz} \leq |f| \leq 3400 \text{ Hz} \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

$P_y = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(f) df = 2 \int_{300}^{3400} \frac{1}{13600\pi} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{3400}\right)^2} df \quad \left(\frac{f}{3400} = x\right)$

$P_y = \frac{1}{2\pi} \int_{3/34}^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{1}{2\pi} \text{arctg}(x) \Big|_{3/34}^1 = \frac{1}{2\pi} \left[ \text{arctg}(1) - \text{arctg}(3/34) \right] = 0,111$

$P_y = 111 \text{ mW}$

$10 \log\left(\frac{P_x}{P_y}\right) = 3,53 \text{ dB}$

$P(u_i   X_i)$	$X_i$	$P(u_i)$	$X_i$
0,6	0	0,6	0
0,3	10	0,4	1
0,1	11		

$$L = \sum_{i=1}^3 P_i \cdot L_i = 0,6 \cdot 1 + 0,3 \cdot 2 + 0,1 \cdot 2 = 1,4 \text{ b/simbol}$$

$$C = L \cdot V = 1,4 \frac{\text{b}}{\text{simbol}} \cdot 7000 \frac{\text{simbol}}{\text{s}} = 9800 \frac{\text{b}}{\text{s}} > \underline{\underline{9600 \frac{\text{b}}{\text{s}}}}$$

$u_i^2$	$P(u_i^2)$																			
$u_1 u_1$	0,36	1	0,36	1	0,36	1	0,36	1	0,36	1	0,36	1	0,36	1	0,36	1	0,36	1	0,64	0
$u_1 u_2$	0,18	000	0,18	000	0,18	000	0,18	000	0,18	000	0,18	000	0,18	000	0,18	000	0,18	000	0,36	1
$u_2 u_1$	0,18	001	0,18	001	0,18	001	0,18	001	0,18	001	0,18	001	0,18	001	0,18	001	0,18	001	0,36	1
$u_2 u_2$	0,09	0100	0,09	0100	0,09	0100	0,09	0100	0,09	0100	0,09	0100	0,09	0100	0,09	0100	0,09	0100	0,36	1
$u_1 u_3$	0,06	0110	0,06	0110	0,06	0110	0,06	0110	0,06	0110	0,06	0110	0,06	0110	0,06	0110	0,06	0110	0,36	1
$u_3 u_1$	0,06	0111	0,06	0111	0,06	0111	0,06	0111	0,06	0111	0,06	0111	0,06	0111	0,06	0111	0,06	0111	0,36	1
$u_2 u_3$	0,03	01011	0,03	01011	0,03	01011	0,03	01011	0,03	01011	0,03	01011	0,03	01011	0,03	01011	0,03	01011	0,36	1
$u_3 u_2$	0,03	01010	0,03	01010	0,03	01010	0,03	01010	0,03	01010	0,03	01010	0,03	01010	0,03	01010	0,03	01010	0,36	1
$u_3 u_3$	0,01	010101	0,01	010101	0,01	010101	0,01	010101	0,01	010101	0,01	010101	0,01	010101	0,01	010101	0,01	010101	0,36	1

$$L_2 = \sum_{i=1}^9 P_i L_i = 2,67 \text{ b/simbol}^2$$

$$C = \frac{L_2}{2} \cdot V = 1,335 \cdot \frac{\text{b}}{\text{simbol}} \cdot 7000 \frac{\text{simbol}}{\text{s}} = 9345 \frac{\text{b}}{\text{s}} < 9600 \frac{\text{b}}{\text{s}} \Rightarrow \text{OK}$$

$z_1$	$z_2$	$i_1$	$z_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$z_4$
$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$

$S_1 = y_1 + y_3 + y_5 + y_7$  (+  $\Rightarrow$   $\oplus$  sabiranje po modulu 2)

$S_2 = y_2 + y_3 + y_6 + y_7$

$S_3 = y_4 + y_5 + y_6 + y_7$

$S_4 = \sum_{i=1}^8 y_i$

a)  $y = [01101110] \Rightarrow \begin{matrix} S_1 = 1 \\ S_2 = 0 \\ S_3 = 1 \\ S_4 = 1 \end{matrix} \Rightarrow \left. \begin{matrix} S_3 S_2 S_1 = 101_2 = 5 \Rightarrow \text{greške na 5. bitu} \\ S_4 = 1 \Rightarrow \text{NEPARAN BR. GREŠKA (NAJVEROVATNIJE JEDNA)} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{x} = 1011$

b)  $y = [10000110] \Rightarrow \begin{matrix} S_1 = 0 \\ S_2 = 0 \\ S_3 = 0 \\ S_4 = 1 \end{matrix} \Rightarrow \left. \begin{matrix} S_3 S_2 S_1 = 0 \Rightarrow \text{NEMA GREŠKE NA } y_1 \dots y_7 \\ S_4 = 1 \Rightarrow 1 \text{ GREŠKA } y_8 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{x} = 0011$

c)  $y = [11100111] \Rightarrow \begin{matrix} S_1 = 1 \\ S_2 = 0 \\ S_3 = 0 \\ S_4 = 0 \end{matrix} \Rightarrow \left. \begin{matrix} S_3 S_2 S_1 = 001_2 = 1 \\ S_4 = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{NE MOŽE BITI JEDNA GREŠKA (NA PRVOM BITU) JER JE } S_4 = 0. \text{ DAKLE IMA BAR 2 GREŠKE. NE MOŽE SE IZVRŠITI KOREKCIJA.}$