

1. (10 poena)

(5p) Dati definiciju nekorelisanosti i statističke nezavisnosti slučajnih promenljivih.

(5p) Uniformna raspodela – opis, funkcija gustine verovatnoće, momenti, primer.

2. (10 poena)

(5p) Objasniti sličnosti i razlike između spektara periodičnih, aperiodičnih i slučajnih signala signala. Navesti karakteristične primere.

(5p) Sinusoida sa slučajnom fazom – funkcija gustine verovatnoće, momenti, autokorelaciona funkcija, SGSS. Sličnosti i razlike sa determinističkim prostoperiodičnim signalom.

3. (10 poena)

(5p) Definirati pojam količine informacija i izvesti izraz za entropiju za izvore bez memorije. Informacioni fluks izvora.

(6p) Šenon-Fanoov postupak, objasniti i dati jedan primer.

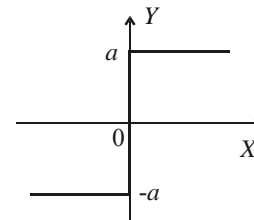
4. (10 poena)

(5p) Kod sa ponavljanjem bita. Navesti dva moguća kriterijuma odlučivanja.

(5p) Kako se definiše kodni dobitak i od čega zavisi? Koji je njegov značaj?

5. (15 poena)

Na ulaz kvantizera, čija je funkcija prenosa prikazana na slici P1, deluje stacionarni Gausov slučajni proces $X(t)$ sa srednjom vrednošću $\bar{x} = 5$ i varijansom $\sigma_x^2 = 200$. Odrediti varijansu slučajnog procesa $Y(t)$ na izlazu kvantizera. Uzeti da je parametar $a=5$.



Slika 1

6. (15 poena) Na ulazu kanala koji se može aproksimirati idealnim filtrom propusnikom niskih učestanosti granične učestanosti 100 kHz deluje stacionarni slučajni signal čija je autokorelaciona funkcija $R_X(\tau) = 100e^{-2|\tau|}$. U kanalu je prisutan aditivni beli Gausov šum spektralne gustine snage 10^{-6} W/Hz. Odrediti odnos signal-šum na izlazu kanala izražen u decibelima.

7. (15 poena) Jedan digitalni telekomunikacioni sistem sastoji se od:

I) Izvora informacija koji emituje simbole s_1, s_2, \dots, s_6 brzinom od $v_s=800$ simb/s. Poznato je $P(s_1)=0.29$, $P(s_2)=0.24$, $P(s_3)=0.21$, $P(s_4)=0.14$ i $P(s_5)=0.07$.

II) Statističkog kodera koji vrši kodovanje po Hafmenovom postupku.

III) Binarnog simetričnog kanala sa verovatnoćom greške 0.1.

a) Odrediti entropiju i informacioni fluks izvora.

b) Izvršiti statističko kodovanje po Hafmenovom postupku i odrediti srednju dužinu kodne reči i verovatnoću pojavljivanja nule i jedinice na izlazu statističkog kodera.

c) Odrediti prenesenu informaciju kroz kanal i odgovarajući transinformacioni fluks.

8. (15 poena) Izvršiti dekodovanje i obrazložiti dobijeni rezultat za sledeće sekvence na prijemu (0010 1100 0000), (1011 1100 0011) i (0000 1100 0001), ako se zna da je na predaji korišćen Hemingov (12,7) kod.

NAPOMENA: Dozvoljeno je korišćenje samo pribora za pisanje i neprogramabilnog džepnog kalkulatora. Ispit traje 3 sata. Nije dozvoljeno napuštanje ispita tokom prvih 60 minuta. Nije dozvoljeno iznošenje zadatka do kraja ispita.

STT

19.9.2013.

Rešenja zadatka

⑤, ⑥ videti metodne rouve.

7

b)

S_i	P_i									
S_1	0,29	00	0,29	00	0,29	00	0,45	1	0,55	0
S_2	0,24	10	0,24	10	0,24	01	0,29	00	0,45	1
S_3	0,21	11	0,21	11	0,24	10	0,26	01		✓
S_4	0,14	010	0,14	010	0,21	11			✓	
S_5	0,07	0110	0,12	011						
S_6	0,05	0111								

a) $H(S) = \sum_{i=1}^6 P(S_i) \cdot \log \frac{1}{P(S_i)} = 0,5179 + 0,49413 + 0,47282 + 0,39711 + 0,26856 + 0,2160 = 2,3666 \frac{sh}{SMB}$

$\phi(S) = H(S) \cdot U(S) = 2,3666 \cdot 800 \left[\frac{sh}{SMB} \cdot \frac{SMB}{b} \right] = 1893,28 \frac{sh}{b}$

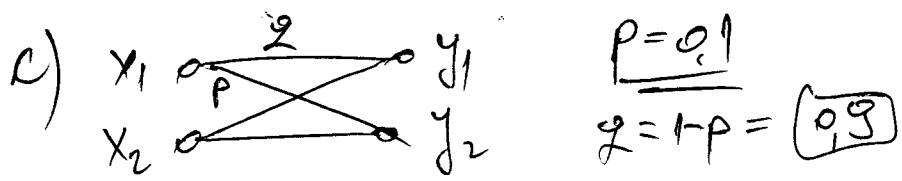
b) $L_{SR} = \sum_{i=1}^6 P(S_i) \cdot l_i = 2,38 \frac{b}{SMB}$

$P(X_1) = \frac{\text{средняя ср. } l_i \text{ у определенной коды речу}}{L_{SR}} = \frac{2,38}{2,38}$

$= \frac{2 \cdot 0,29 + 0,24 + 2 \cdot 0,14 + 2 \cdot 0,07 + 0,05}{2,38}$

$P(X_1) = 0,5420$ - вероятность "0"

$P(X_2) = 1 - P(X_1) = 0,458$ - вероятность "1"



$P(Y_1) = P(X_1) \cdot z + P(X_2) \cdot p = 0,5336$

$P(Y_2) = P(X_1) \cdot p + P(X_2) \cdot z = 0,4664$

$$\phi(x,y) = U(x,y) \cdot I(x,y) \quad \checkmark$$

$$U(x,y) = U(9) \cdot L_{GR} = \boxed{1904 \frac{\text{SMB}}{\text{S}}}$$

$$I(x,y) = \cancel{H(x,y)} \quad H(y) - H(y/x) \quad \checkmark$$

$$H(y/x) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P(x_i) \cdot P(y_j/x_i) \cdot \ln \frac{1}{P(y_j/x_i)} = \checkmark$$

$$= \cancel{q \ln \frac{1}{q} + p \ln \frac{1}{p}}$$

$$= P(x_1) \cdot \left[P(y_1/x_1) \ln \frac{1}{P(y_1/x_1)} + P(y_2/x_1) \ln \frac{1}{P(y_2/x_1)} \right]$$

$$+ P(x_2) \cdot \left[P(y_1/x_2) \ln \frac{1}{P(y_1/x_2)} + P(y_2/x_2) \ln \frac{1}{P(y_2/x_2)} \right]$$

$$= P(x_1) \cdot [q \ln \frac{1}{q} + p \ln \frac{1}{p}] + P(x_2) [q \ln \frac{1}{q} + p \ln \frac{1}{p}]$$

$$= [q \ln \frac{1}{q} + p \ln \frac{1}{p}] \cdot [P(x_1) + P(x_2)]$$

$$= [q \ln \frac{1}{q} + p \ln \frac{1}{p}] \cdot \underline{1}$$

$$H(y/x) = 0,1368 + 0,33219 = \boxed{0,46899 \frac{\text{Sh}}{\text{SMB}}}$$

$$H(y) = \sum_{j=1}^2 P(y_j) \ln \frac{1}{P(y_j)} = 0,48353 + 0,51321 = \boxed{0,99674 \frac{\text{Sh}}{\text{SMB}}}$$

$$I(x,y) = 0,52775 \frac{\text{Sh}}{\text{SMB}}$$

15

$$\phi(X, Y) = 1904 \cdot 0,52775 \left[\frac{31415}{15} \cdot \frac{8h}{31415} \right] = \boxed{1004,836 \frac{Sh}{15}}$$

8) $(15, 11) \xrightarrow{-46} (11, 7) \xrightarrow{+12} (12, 7)$

S_i	X_i	
S_1	0 0 0 1	Z_1
S_2	0 0 1 0	Z_2
S_3	0 0 1 1	i_1
S_4	0 1 0 0	Z_3
S_5	0 1 0 1	i_2
S_6	0 1 1 0	i_3
S_7	0 1 1 1	i_4
S_8	1 0 0 0	Z_4
S_9	1 0 0 1	i_5
S_{10}	1 0 1 0	i_6
S_{11}	1 0 1 1	i_7

$$Z_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 =$$

$$Z_2 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 =$$

$$Z_3 = i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 =$$

$$Z_4 = i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 =$$

$$Z_5 = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$I) Y = \begin{bmatrix} 0010 & 1100 & 0000 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = y_1 \oplus y_3 \oplus y_5 \oplus y_7 \oplus y_9 \oplus y_{11} = 0$$

$$S_2 = y_2 \oplus y_3 \oplus y_6 \oplus y_7 \oplus y_{10} \oplus y_{11} = 0$$

$$S_3 = y_4 \oplus y_5 \oplus y_6 \oplus y_7 = 0$$

$$S_4 = y_8 \oplus y_9 \oplus y_{10} \oplus y_{11} = 0$$

$$S_5 = \sum_{i=1}^{12} y_i = 1$$

$$S_{4321} = 0$$

$$S_5 = 1$$

$S_{4321} = 0, S_5 = 1 \Rightarrow$ проверка с помощью суммы Z_5 .

$$\hat{X} = [0010 1100 0001]$$

$$\hat{L} = [1110 000]$$

$$\text{II) } y = \begin{bmatrix} 1011 & 1100 & 0011 \\ 1234 & 5678 & 9101112 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = y_1 \oplus y_3 \oplus y_5 \oplus y_7 \oplus y_9 \oplus y_{11} = 0$$

$$S_2 = y_2 \oplus y_3 \oplus y_6 \oplus y_7 \oplus y_{10} \oplus y_{11} = 1$$

$$S_3 = y_4 \oplus y_5 \oplus y_6 \oplus y_7 = 1$$

$$S_4 = y_8 \oplus y_9 \oplus y_{10} \oplus y_{11} = 1$$

$$S_5 = \sum_{j=1}^{12} y_j = 1$$

$S_{4321} = 1110 = 14$ × неможливе - перестановка
(у нас 12 букв)

$$\text{IV) } y = \begin{bmatrix} 0000 & 1100 & 0001 \\ 1234 & 5678 & 91011 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = y_1 \oplus y_3 \oplus y_5 \oplus y_7 \oplus y_9 \oplus y_{11} = 1$$

$$S_2 = y_2 \oplus y_3 \oplus y_6 \oplus y_7 \oplus y_{10} \oplus y_{11} = 1$$

$$S_3 = y_4 \oplus y_5 \oplus y_6 \oplus y_7 = 0$$

$$S_4 = y_8 \oplus y_9 \oplus y_{10} \oplus y_{11} = 0$$

$$S_5 = \sum_{j=1}^{12} y_j = 1$$

↓
Непарна пр. решенка

$S_{4321} = 0011 = 3$ - решенка
на ермен дуга.

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} 0010 & 1100 & 0001 \\ 1234 & 5678 & 91011 \end{bmatrix}$$

$$\hat{z} = \begin{bmatrix} 1110 & 0000 \end{bmatrix}$$

15