

1. (10 poena)

(5p) Ako je poznat izraz za združenu funkciju gustine verovatnoće dve slučajne promenljive, napisati izraz za uslovnu funkciju gustine verovatnoće jedne od njih u zavisnosti od druge.

(5p) Definicija karakteristične funkcije kontinualne i diskretne slučajne promenljive.

2. (10 poena)

(5p) Sinusoida sa slučajnom fazom – funkcija gustine verovatnoće, momenti, autokorelaciona funkcija, SGSS. Sličnosti i razlike sa determinističkim prostoperiodičnim signalom.

(5p) Objasniti pojam srednje kvadratne greške. Kako se određuje optimalni filtar po Vineru? Napisati Viner-Hopfovu jednačinu i objasniti je.

3. (10 poena)

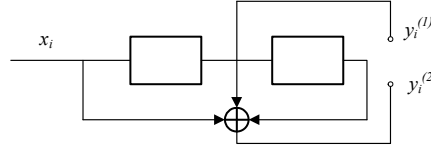
(5p) Pojam singularnog, jednoznačno dekodabilnog i trenutnog statističkog koda. Kraftova nejednakost, napisati izraz i objasniti na primeru. Da li ispunjena Kraftova nejednakost garantuje postojanje željene osobine koda?

(5p) Lempel-Zivov algoritam, osnovna ideja i poređenje sa Hafmenovim algoritmom (prednosti i mane).

4. (10 poena)

(5p) Objasniti način konstrukcije Hemingovog koda sa parametrima (11,7), napisati dve kodne reči.

(5p) Za konvolucioni koder sa slike napisati tablicu i nacrtati dijagram stanja i trellis.



5. (15 poena) Posmatrani komunikacioni kanal se ponaša kao filtar propusnik niskih učestanosti koji ima impulsni odziv definisan sledećom funkcijom:

$$h(t) = \begin{cases} 10e^{-8000\pi t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Na ulazu filtra deluje slučajni proces  $X(t)$  čija je srednja vrednost jednaka nuli a autokorelaciona funkcija je  $10\pi\delta(\tau)$ . Odrediti srednju snagu signala na izlazu komunikacionog kanala.

6. (15 poena)

Na ulazu kvantizera čija je funkcija prenosa opisana tabelom 6 deluje Gausov slučajni signal  $X(t)$  srednje vrednosti nula i varijanse 25.

- a) Odrediti i grafički prikazati funkciju raspodele signala na izlazu kvantizera.
- b) Odrediti srednju vrednost i varijansu signala na izlazu kvantizera.

Tabela 6

Ulaz kvantizera	Izlaz kvantizera
$-\infty < x < -10$	-10
$-10 < x < -5$	-5
$-5 < x < 0$	-2
$0 < x < 5$	+2
$5 < x < 10$	+5
$10 < x < +\infty$	+10

7. (15 poena) Digitalni izvor bez memorije generiše simbole  $A$  i  $B$  sa verovatnoćom 0.8, i 0.2, respektivno. Za prenos simbola kroz binarni kanal kapaciteta 1 Mb/s potrebno je prethodno izvršiti statističko kodovanje trećeg proširenja izvora korišćenjem Shannon-Fanoovog postupka.

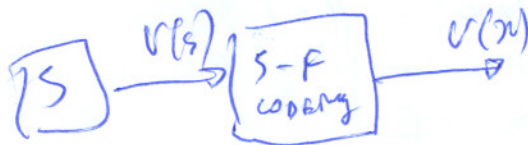
- a) Izvršiti statističko kodovanje trećeg proširenja izvora i odrediti koeficijent efikasnosti i stepen kompresije.
- b) Odrediti maksimalnu brzinu generisanja simbola izvora tako da se omogući prenos kroz dati binarni kanal, uz korišćenje statističkog koda iz tačke (a).

8. (15 poena) Za prenos 8 jednako verovatnih poruka kroz kanal sa šumom koristi se sistematski Hemingov (6,3) kod.

- a) Odrediti matrice  $G$  i  $H$ .
- b) Odrediti sve kodne reči.
- c) Ako je pri prenosu proizvoljno odabrane kodne reči došlo do greške na drugom bitu, odrediti odgovarajuće sindrome i objasniti kako se na prijemu vrši korekcija nastale greške.

**NAPOMENA:** Dozvoljeno je korišćenje samo pribora za pisanje i neprogramabilnog džepnog kalkulatora. Ispit traje 3 sata. Nije dozvoljeno napuštanje ispita tokom prvih 60 minuta. Nije dozvoljeno iznošenje zadatka do kraja ispita.

(7) A, B  
 $P(A) = 0,8$   
 $P(B) = 0,2$   
 $V(x) = 1 \text{ Mb/s}$



							$e_i$
$x_1$	AAA	0,512	0				1
$x_2$	AAB	0,128	1	0	0		3
$x_3$	ABA	0,128	1	0	1		3
$x_4$	BAA	0,128	1	1	0		3
$x_5$	ABB	0,032	1	1	1	0	5
$x_6$	BAB	0,032	1	1	1	0	5
$x_7$	BBB	0,008	1	1	1	1	5
$x_8$	BBB	0,008	1	1	1	1	5

$$L_3 = \sum_{i=1}^8 e_i P(x_i) = 0,512 \cdot 1 + 0,128 \cdot 3 \cdot 3 + 0,032 \cdot 5 \cdot 3 + 0,008 \cdot 5$$

$$L_3 = 0,512 + 1,152 + 0,48 + 0,04 = 2,184 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$$

$$\eta = \frac{H(s)}{L_{3/3}} = \frac{0,722}{2,184} = 0,331$$

$$H(s) = \sum_{i=1}^2 P(s_i) \log_2 \frac{1}{P(s_i)} = 0,8 \log_2 \frac{1}{0,8} + 0,2 \log_2 \frac{1}{0,2} = 0,258 + 0,464$$

$$H(s) = 0,722 \frac{\text{sh}}{\text{smb}}$$

$$\rho = \frac{[\log 2]}{L} = \frac{3}{2,184} = 1,373$$

d)  $V(x) = \frac{V(s) \cdot L}{3}$

$$1 \frac{\text{Mb,7}}{\text{s}} = \frac{V(s) \cdot L}{3}$$

$$3 \frac{\text{Mb,7}}{\text{s}} = V(s) \cdot L$$

$$V(s) = 1,373 \frac{\text{Mb,7}}{\text{s}}$$

(15)

8) (6,3)  $q=1$   $H=?$

a)

1	0	0	0		
2	0	0	1	$z_1$	
3	0	1	0	$z_2$	
4	0	1	1	$i_1$	
5	1	0	0	$z_3$	
6	1	0	1	$i_2$	
7	1	1	0	$i_3$	
8	1	1	1		

$z_1 = i_1 \oplus i_2$  ✓  
 $z_2 = i_1 \oplus i_3$  ✓  
 $z_3 = i_2 \oplus i_3$  ✓

$X \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \}$   
 $\cdot \{ z_1, z_2, i_1, z_3, i_2, i_3 \}$

$X = I \cdot G$

$S = Y \cdot H^T$

$[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = [i_1, i_2, i_3]$

1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1

G

$G_S =$

1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1

$X_S \{ i_1, i_2, i_3, z_1, z_2, z_3 \}$

$H_S =$

1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1

$P^T$        $I_3$

b)

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \checkmark$$

$$X [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0] \checkmark$$

$$Y [1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$$

$$S = Y \cdot H_S^T = [1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$$

15

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

✓

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Синдром  $S$  се израчунава  
 у језику  $S = Y \cdot H_S^T$ ,  
 и добија се по изједињавању  
 сваког бита из  $Y$  са сваког бита из  
 матрице  $H_S$ . Како је  $H_S$   
 у матрици  $H_S$  - на том месту  
 је  $H_S$  и  $Y$  је  $H_S$   
~~како је  $H_S$  у матрици  $H_S$  - на том месту је  $H_S$  и  $Y$  је  $H_S$~~   
 матрица  $H_S$   
 израчунава