

1. (10 poena)

- a) (5p) Definisati pojam količine informacija i izvesti izraz za entropiju za izvore bez memorije. Informacioni fluks izvora.
- b) (5p) Formulacija i dokaz prve Šenonove teoreme. Ilustracija na primeru.

2. (10 poena)

- a) (5p) Objasniti način konstrukcije i napisati generišuću matricu Hemingovog koda (12,7).
- b) (5p) Kako se definiše kodni dobitak i od čega zavisi? Koji je njegov značaj?

3. (15 poena)

Diskretni izvor signala bez memorije opisan je tabelom 3. Brzina generisanja simbola izvora je $2 \cdot 10^6$ simbola u sekundi.

u_i	u_1	u_2	u_3
P_i	0.8	0.1	0.1

Tabela 3

- a) (7p) Koristeći Hafmenov metod izvršiti statističko kodovanje drugog proširenja originalnog izvora.
- b) (4p) Izračunati efikasnost kodovanja izvršenog u tački (a).
- c) (4p) Odrediti minimalni binarni protok kanala koji je potreban da se omogući prenos poruka izvora bez kodovanja i ako se pre slanja poruke vrši statističko kodovanje iz tačke (a).

4. (15 poena)

U cilju zaštite pri prenosu podataka primenjen je Hemingov kod (9,5) za korekciju jedne greške pri prenosu.

- a) (8p) Odrediti generišuću i kontrolnu matricu Hemingovog koda.
- b) (2p) Odrediti kodnu reč koja odgovara informacionj reči 10011.
- c) (5p) Odrediti i analizirati obijene sindrome i izvršiti dekodovanje ako je u prijemniku detektovana sekvenca 110000011 i 010000001.

NAPOMENA: *Dozvoljeno je korišćenje samo pribora za pisanje i neprogramabilnog džepnog kalkulatora. Kolokvijum traje 120 minuta. Nije dozvoljeno napuštanje kolokvijuma tokom prvih 60 minuta. Nije dozvoljeno iznošenje zadatka do kraja kolokvijuma.*

3

u^2	$P(u_i^2)$	x_i													
$u_1 u_1$	0,64	0	0,64	0	0,64	0	0,64	0	0,64	0	0,64	0	0,64	0	0,64
$u_1 u_2$	0,08	101	0,08	101	0,08	101	0,08	101	0,08	101	0,08	101	0,08	101	0,08
$u_2 u_1$	0,08	110	0,08	110	0,08	110	0,08	110	0,08	110	0,08	110	0,08	110	0,08
$u_2 u_2$	0,08	111	0,08	111	0,08	111	0,08	111	0,08	111	0,08	111	0,08	111	0,08
$u_3 u_1$	0,08	1000	0,08	1000	0,08	1000	0,08	1000	0,08	1000	0,08	1000	0,08	1000	0,08
$u_3 u_2$	0,08	10010	0,02	10010	0,02	10010	0,02	10010	0,02	10010	0,02	10010	0,02	10010	0,02
$u_3 u_3$	0,08	10011	0,02	10011	0,02	10011	0,02	10011	0,02	10011	0,02	10011	0,02	10011	0,02
$u_1 u_2 u_1$	0,01	100110	0,01	100110	0,01	100110	0,01	100110	0,01	100110	0,01	100110	0,01	100110	0,01
$u_2 u_1 u_2$	0,01	100111	0,01	100111	0,01	100111	0,01	100111	0,01	100111	0,01	100111	0,01	100111	0,01
$u_2 u_2 u_1$	0,01	100100													
$u_2 u_2 u_2$	0,01	100101													

b) $H(u^2) = 2H(u) = 2 \cdot \sum_{i=1}^3 P(u_i) \log_2 \frac{1}{P(u_i)} = 1,439 \frac{\text{bit}}{\text{Simbol}(u^2)}$

$L_2 = L(u^2) = \sum_{i=1}^9 P(u_i^2) \cdot l_i = 1,92 \frac{\text{bit}}{\text{Simbol}(u^2)}$

$\eta = \frac{H(u^2)}{L(u^2)} = 0,9603 = 96,03\%$

c)

u	x_i
u_1	00
u_2	01
u_3	10

NESTATISTIČKO
KODOVANJE

za 3 poruke u_1, u_2, u_3 potrebno je 2 bita

$L(u) = 2 \frac{\text{bit}}{\text{Simbol}}$

BEZ STATISTIČKOG KODOVANJA: $v_b = v(u) \cdot L(u) = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{simbol}}{\text{s}} \cdot 2 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}} = 4 \text{ Mbps}$

SA STATIST. KODOVANJEM: $v_b = v(u) \cdot \frac{L(u^2)}{2} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{simbol}}{\text{s}} \cdot 0,96 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}} = 1,92 \text{ Mbps}$

④ $(9,5) \Rightarrow n=9, k=5 \Rightarrow m=n-k=4$

SKRAĆEN: $(15,11) \rightarrow (14,10) \rightarrow (13,9) \rightarrow (12,8) \rightarrow (11,7) \rightarrow (10,6) \rightarrow (9,5)$

a) $(9,5)$ je skraćeni kod nasto od $(15,11)$ koda?

	z_4	z_3	z_2	z_1	
x_1	0	0	0	1	z_1
x_2	0	0	1	0	z_2
x_3	0	0	1	1	z_1
x_4	0	1	0	0	z_3
x_5	0	1	0	1	i_2
x_6	0	1	1	0	i_3
x_7	0	1	1	1	i_4
x_8	1	0	0	0	z_4
x_9	1	0	0	1	i_5

$$z_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5$$

$$z_2 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4$$

$$z_3 = i_2 \oplus i_3 \oplus i_4$$

$$z_4 = i_5$$

$$G = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & i_1 & z_3 & i_2 & i_3 & i_4 & i_5 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} z_1 & z_2 & i_1 & z_3 & i_2 & i_3 & i_4 & i_5 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \right\} 5 = k$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}} \right\} m = 4$$

b) $i = [10011]$

$$x = i * G = [101100111]$$

c) I) $y = [110000011]$

$$S = y \cdot H^T = [0100] \Rightarrow S_{4321} = 0010_2 = 2 \Rightarrow \text{GREŠKA NA 2. bitu}$$

$$\hat{y} = [10 \boxed{00000} 11] \Rightarrow \hat{i} = [00001]$$

II) $y = [010000001]$

$$S = y \cdot H^T = [1101] \Rightarrow S_{4321} = 1011_2 = 11 \Rightarrow \text{GREŠKA NA 11. bitu ???}$$

\Rightarrow ovo nije moguće pa se zaključuje da je u pitanju višestruka greška. Dekodovanje nije moguće.