

## 1. (10 poena)

- a) (5p) Binarni izvor bez memorije, entropija binarnog izvora. Koji je maksimum entropije i za koje vrednosti verovatnoće simbola se postiže? Koliko iznosi maksimalna entropija izvora bez memorije sa  $q$  simbola i za koje verovatnoće simbola se postiže ovaj maksimum?
- b) (5p) Definicija srednje dužine kodne reči. Šta je to kompaktan kod? Na jednom primeru objasniti kako treba birati dužine kodnih reči (ako se koduju poruke  $s_i$  čije verovatnoće pojavljivanja  $P(s_i)$  nisu sve jednake).

## 2. (10 poena)

- a) (5p) Kod sa ponavljanjem bita. Koji su nedostaci ovakvog pristupa smanjenju verovatnoće greške u kanalu? Navesti dva moguća kriterijuma odlučivanja. Koja je (zaostala) verovatnoća greške u oba slučaja? Uporediti ova dva kriterijuma – koje su prednosti a koji nedostaci?
- b) (5p) Turbo kodovi. Nacrtati strukturu koda i dekodera i opisati osnovni princip rada. Kako utiče dužina kodne reči i broj iteracija na efikasnost dekodovanja? Navesti neki komunikacioni sistem u kome se primenjuje turbo kod.

## 3. (15 poena)

Diskretni izvor signala sa memorijom opisan je tranzicionom matricom:

$$T(P(s_j | s_i)) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0,9 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,9 & 0,1 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} s_i \\ \\ s_j \end{matrix} \end{matrix} .$$

- a) (2p) Nacrtati dijagram stanja koji odgovara ovom izvoru.
- b) (3p) Odrediti verovatnoće pridruženog izvora (verovatnoće stanja).
- c) (5p) Odrediti entropiju izvora sa memorijom.
- d) (5p) Koristeći Hafmenov metod izvršiti statističko kodovanje pridruženog izvora i odrediti efikasnost kodovanja. Koliko se može povećati efikasnost kodovanja?

## 4. (15 poena)

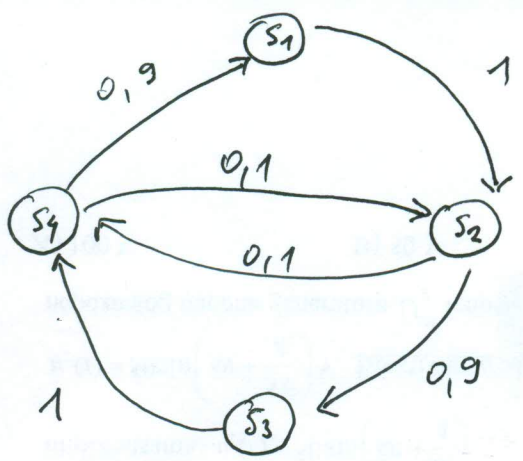
Na ulaz koda koji definisanog matricom  $g=[7, 5]$  stiže sekvenca bita: 0 1 1 0 1 1 1.

- a) (4p) Nacrtati blok dijagram (šemu) koda i odgovarajući dijagram stanja i trelis dijagram.
- b) (5p) Izvršiti kodovanje ulazne sekvence pod pretpostavkom da je koder bio u početnom stanju 00.
- c) (6p) Sekvencu dobijena u tački (b) prenosi se kroz komunikacioni kanal sa šumom. Koristeći Viterbijev algoritam dekodovati bar dva bita ulazne sekvence ako se zna da je u početnom trenutku konvolucionni dekodovani bio u stanju 00 i da tokom prenosa sekvence iz tačke (b) nije došlo do greške.

***NAPOMENA:*** Dozvoljeno je korišćenje samo pribora za pisanje i neprogramabilnog džepnog kalkulatora. Kolokvijum traje 120 minuta. Nije dozvoljeno napuštanje kolokvijuma tokom prvih 60 minuta. Nije dozvoljeno iznošenje zadatka do kraja kolokvijuma.

3

a)



b)  $P(S_1) = 0,9 P(S_2)$   
 $P(S_3) = 0,9 P(S_2)$   
 $P(S_2) = P(S_1) + 0,1 P(S_4)$

\*  $P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) + P(S_4) = 1$   
 $P(S_2) = P(S_1) + 0,1 P(S_4) = 0,9 P(S_4) + 0,1 P(S_4) = P(S_4)$

$P(S_3) = 0,9 P(S_2) = 0,9 P(S_4)$

\*  $\Rightarrow 0,9 P(S_4) + P(S_4) + 0,9 P(S_4) + P(S_4) = 1$

$3,8 P(S_4) = 1 \Rightarrow P(S_4) = \frac{10}{38}$

$P(S_1) = 0,9 P(S_4) = \frac{9}{38}$

$P(S_2) = P(S_4) = \frac{10}{38}$

$P(S_3) = 0,9 P(S_4) = \frac{9}{38}$

c)  $H(S) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 P(S_i) P(S_j | S_i) \log_2 \frac{1}{P(S_j | S_i)}$   
 $= P(S_1) (0 + 1 \cdot \log_2 1 + 0 + 0) + P(S_2) (0 + 0 + 0,9 \log_2 \frac{1}{0,9} + 0,1 \log_2 \frac{1}{0,1})$   
 $+ P(S_3) (0 + 0 + 0 + 1 \cdot \log_2 1) + P(S_4) (0,9 \log_2 \frac{1}{0,9} + 0,1 \log_2 \frac{1}{0,1} + 0 + 0)$   
 $= [P(S_2) + P(S_4)] (0,9 \log_2 \frac{1}{0,9} + 0,1 \log_2 \frac{1}{0,1})$   
 $= \frac{20}{38} (0,9 \log_2 \frac{1}{0,9} + 0,1 \log_2 \frac{1}{0,1}) = 2,2468 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}} = H(S)$

d)

$S_2$	$10/38$	00	$18/38^*$	1	$20/38^*$	1
$S_4$	$10/38$	01	$10/38$	00	$18/38$	0
$S_1$	$9/38$	10	$10/38$	01		
$S_3$	$9/38$	11				

$L = \sum_{i=1}^4 P(S_i) \ell(S_i) = 2 \text{ bit/simbol}$

$\eta = \frac{H(S)}{L} = \left( \frac{2}{2,2468} \right)^{-1} = 12,34\%$

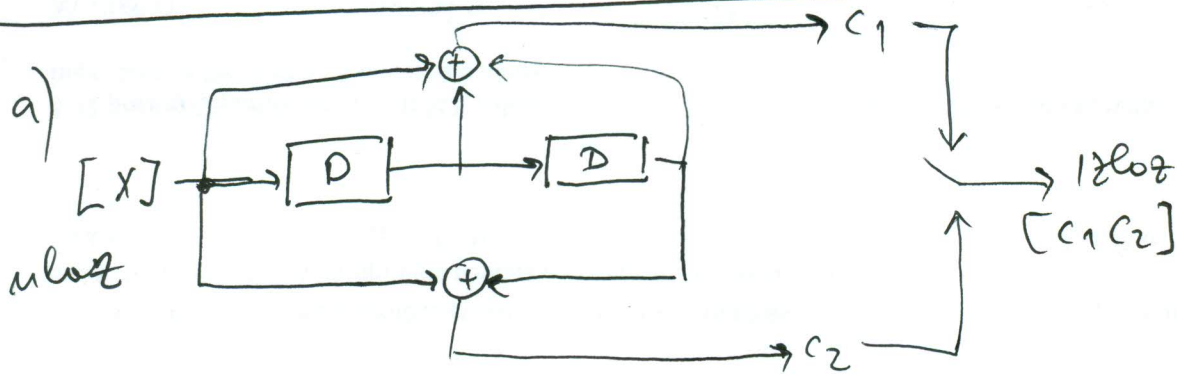
$$L_{\min} = H(\bar{S}) = 2 \left( \frac{9}{38} \log_2 \frac{38}{9} + \frac{10}{38} \log_2 \frac{38}{10} \right) = 1,988 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$$

$$\eta_{\max} = \frac{H}{L_{\min}} = \frac{0,2468}{1,988} = 12,35\%$$

⇒ проширење избора нема смисла!

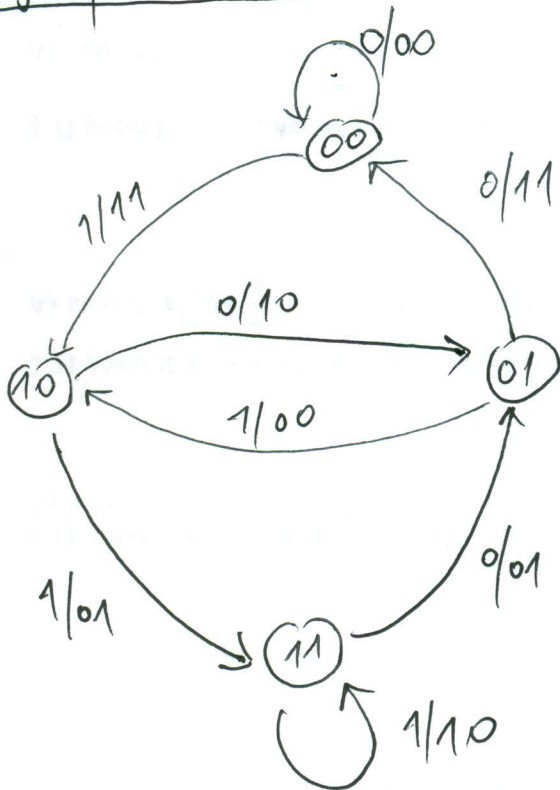
Једини начин за побољшање ефикасности је да се користе кодови који су прикладни изборима се меморијом као што је LZ и слични кодови.

4) а)



блок дијаграм (шема)

дијаграм стања:



пренис дијаграм:

