

1. Колико је међусобно различитих реалних функција дефинисано следећим једнакостима:

$$f_1(x) = (x-1)^2, f_2(x) = \sqrt{\frac{(x-1)^5}{x-1}}, f_3(x) = |x-1|\sqrt{x^2-2x+1}, f_4(x) = (x-1)\sqrt{(x-1)^2}?$$

2. Решити једначине:

а) $x + 3 = \frac{10}{x}$

б) $\sqrt[3]{t^2} - \sqrt[3]{t} = 4$

в) $\frac{15}{2x+1} + \frac{10}{x} = \frac{55}{2}$

г) $x - 8 = 2\sqrt{x}$

д) $2^{x+1} + 2^{x-1} = 160$

ђ) $3\operatorname{tg} x = 2\cos x$

е) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$

ж) $\log_2(x^2 - 1) = 2$

з) $2^{-x} - 2^x = 5(1 + 2^{-x})$

и) $\sqrt{\log_3 x} - \log_3 27x + 5 = 0$

3. Решити неједначине:

а) $(2x - 3)^2 > 16$

б) $x(x + 1) < 12$

в) $x - x^3 \geq 0$

г) $\frac{x}{x-2} \leq 5$

г) $x - \frac{3}{2} > \frac{1}{x}$

е) $\sin x - \cos x \leq 1$

4. Решити једначине у зависности од $a \in \mathbb{R}$:

а) $(a^2 - a - 6)x = a^2 - 2a - 3$

б) $1 - 2|x| = 2x + a,$

в) $\frac{a}{x-a} - \frac{1}{x+a} + \frac{4a^2 - 4a + 2}{a^2 - x^2} = 0$

г) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{1 + 2x + x^2} = 2x - a$

5. Решити једначине:

а) $\frac{x^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{x^{-2}}}{x^{\frac{5}{6}}} = 2x^{-1}$

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x - \cos^2 x} + \left(\frac{2}{3}\right)^{\cos 2x} = \frac{13}{6}$

д) $\sqrt{\log_3 x} - \log_3 27x + 5 = 0$

ђ) $6 \cdot 9^{\frac{1}{x}} - 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}} + 6 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0$

6. Решити једначине:

а) $\log_{16} x^4 + 2\log_{x^8} 16 = 2$

б) $\sqrt{2^{x-45}} - 5\sqrt{2^{x-51}} = 1$

в) $0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^x$

г) $\log_2 |9 - 2^x| = 3 - x$

7. Решити неједначине:

а) $\frac{(x-4)(x-1)(x+6)}{x-1+|x-1|} \geq 4$

б) $2^x \cdot 7^{\frac{1}{x}} \leq 14$

в) $|\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x| \leq \frac{4}{\sqrt{3}}$

г) $\frac{1}{x}(1 - \sqrt{1 - 9x^2}) < 1$

д) $\frac{12 - 5x}{x^2 - 2x + 2} \geq 1$

ђ) $3x^3 + 4x^2 - 5x + 2 > 0$

8. Решити неједначине:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{1-x}} \geq \frac{1}{\sqrt{5}}$

б) $\sqrt{3x^2 - 2x - 1} > 2(x-1)$

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1+x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^6+2x^3+1}}$

9. Дата је функција $f(x) = \frac{x}{x+1}$, $x \neq -1$. Одредити $f(f(f(x)))$.

10. Наћи скуп вредности функција:

а) $f(x) = 3^{x^2-4x}$ за $x \in [-1, 3]$

б) $g(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 3}$.

11. Дата је функција $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$ дефинисана са $f(x) = -x^2$. Доказати да је функција бијекција и одредити f^{-1} .

12. Решити неједначине:

а) $\log_x \sqrt{x+12} > 1$

б) $\frac{\sqrt{4x^2 - x + 2} - 3}{x} \geq 2$

в) $\sqrt[3]{25+x} + \sqrt[3]{3-x} \leq 4$

г) $\frac{2}{3x+2} < -\frac{1}{2-x^2}$

д) $\cos 2x - \cos 4x < 0$

13. Дата је функција $f(x) = \log_a(1 - 8a^{-x})$. Наћи област дефинисаности функције f .
Решити $f(x) + 2x > 0$. За $a = \frac{1}{2}$ решити $f(x) > x + 5$.

14. Скицирати графике следећих функција

а) $f(x) = 2x + 3$

б) $f(x) = 2x - x^2$

в) $f(x) = 1 - e^{x+2}$

г) $f(x) = 2\ln(2-x) + 3$

д) $f(x) = (x-1)^3 + 2$

ђ) $f(x) = 3 - \sqrt{|x+2|}$

е) $f(x) = 3e^{1-x}$

ж) $f(x) = |x+2| + |1-x| + |x-5|$

з) $f(x) = 1 + 2\sin(2x+3)$

и) $f(x) = 3 - 2\arccos(x-1)$

ј) $f(x) = \frac{5}{x+4}$

к) $f(x) = \frac{2-4x}{x+1}$

л) $f(x) = -2 + |x| + x^2$