Први колоквијум из Математике 3 **11. новембар 2016. године**

1. Испитати конвергенцију редова:
а) (5 поена) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\sqrt{n}\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)$; б) (5 поена) $\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\sqrt[3]{n}\ln\frac{n+1}{n-1}$; в) (5 поена) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\sqrt[n]{7^n+n^7}$;

2. Испитати конвергенцију: а) (8 поена) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+e)^{\frac{\pi}{4}}}$; б) (12 поена) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(\sqrt{1+n^2}-n\right)^p$.

3. а)(20 поена) Наћи радијус конвергенције R реда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n^2}{n^2+n}\right)^{pn^2}\frac{x^n}{n^2+n}$. За $p=0$ наћи суму.

б) (20 поена) Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{3^n\,n^{2p}}{1+n}\,x^n$.

4. (25 поена) Развити функцију $f(x)=\operatorname{arctg}\frac{4+x}{4-x}$ у Маклоренов ред и испитати где важи развој.

Други колоквијум из Математике 3 **19. јануар 2017. године**

1. (25 поена) Развити функцију $f(x)=\begin{cases}5x, & |x|\leqslant\frac{\pi}{2}\\ 0, & \frac{\pi}{2}<|x|\leqslant\pi\end{cases}$, $f(x+2\pi)=f(x)$ у Фуријеов ред и испитати где важи добијени развој. Користећи добијени развој израчунати суму $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$.

2. (20 поена) Израчунати $\iint\limits_D\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}e^{x^2+y^2}dxdy$, при чему је $D=\{(x,y):(x-1)^2+y^2\leqslant 1\}$.

3. (25 поена) Израчунати запремину тела које ограничавају површи $S_1: z=e^{y^2}$, $S_2: y=|x|$, $\alpha: y=1$ и $\beta: z=0$.
4. (30 поена) Решити једначину $y'^3+y''^2=yy'y''$.

Писмени испит из Математике 3 **8. фебруар 2017. године**

1. (10 поена) Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\frac{(\ln n-\ln(n-1))^p}{2n-1}$ у зависности од $p\in\mathbb{R}$.

2. (20 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n(n+1)}{(n-1)!}\left(\frac{(2n-1)!!}{n^2}\right)^p x^n$ у зависности од реалног параметра p и наћи суму за $p=0$.
3. (20 поена) Функцију $f(x)=x^2-(2x^3+6x)\cdot\operatorname{arctg}x+4\ln\sqrt{1+x^2}$ развити у Маклоренов ред и одредити у ком интервалу важи добијени развој.
4. (20 поена) Тело T је ограничено површима $S_1: z=-\sqrt{x^2+y^2}$, $S_2: x^2+3y=0$, $S_3: x-\sqrt{3}y=0$ и $S_4: z=0$. Израчунати запремину тела T и површину дела површи S_1 који припада телу T.
5. (10 поена) Израчунати $\iint_D\frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+y^3}}dxdy$, где је $D: y=1, y=x, y=2x$.

6. (20 поена) Нека је $L(y)=x^2y''-4xy'+6y$. Решити једначину $L(y)=\frac{(x-1)^2}{x}$.

Писмени испит из Математике 3 **24. фебруар 2017. године**

1. (10 поена) Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\left(\frac{(2n)!}{(n!)^2}\right)^q\frac{1}{n+1}$ у зависности од $q\in\mathbb{R}$.

2. (15 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(n+1)^2}{(n-1)!}\left(\frac{n^2}{(2n+1)!!}\right)^p x^{2n+1}$, $p\in\mathbb{R}$.

3. (13+12 поена) Функцију $f(x)=x\cdot\operatorname{arctg}\frac{2+x}{2-x}-\ln(x^2+4)$ развити у Маклоренов ред и одредити у ком интервалу важи добијени развој. Користећи тај развој наћи суму реда $\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{3^n(n+1)(2n+1)}$.

4. (25 поена) Површи $x^2+y^2+8az=0$ и $(z-\frac{3a}{2})^2=x^2+y^2$, за $a>0$, ограничавају два тела. Израчунати површину и запремину тих тела.
5. (13 поена) Израчунати $\iint_D\frac{dxdy}{(x^2+y^2)^3}$, где је $D=\{(x,y)|x^2+y^2+4x\geqslant 0, x^2+y^2+8x\leqslant 0, y=x\sqrt{3}, y=x\}$.
6. (12 поена) Решити једначину $(1-x)^7y''-13(1-x)^6y'+36(1-x)^5y+1=0$.

Писмени испит из Математике 3 — 13 јун 2017. године

1. (25 поена) Развити функцију $f(x)=\sqrt{x^2+3}+\dfrac{3}{\sqrt{x^2+3}}$ у Маклоренов ред и испитати где важи развој, а затим користећи добијени резултат израчунати $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{(-1)^n(2n-3)!!(n-1)}{18^n n!}$.

2. Одредити површину и запремину тела ограниченог површима $(z-1)^2=x^2+y^2$ и $x^2+y^2+4z=0$.

3. Израчунати $\displaystyle\iint_D xy^2dxdy$, где је $D: 1\leqslant x^2+y^2\leqslant 2x$.

4. (25 поена) Нека је $L(y)=(1-x)y''+xy'-y$. Прво решити једначину $L(y)=0$ ако је познато да је једно њено партикуларно решење полином, а потом решити једначину $L(y)=\dfrac{(x-1)^2}{x}$.

Писмени испит из Математике 3 — 28. јун 2017. године

1. [25] У зависности од реалног параметра p испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\binom{\frac{3}{2}}{n}n^p$.

2. [25] Израчунати запремину тела T које ограничавају површи $S_1: x^2+y^2=4$, $S_2: y^2+(z-3)^2=4$ и површину дела површи S_2 које припада телу T.

3. [20] Израчунати $\displaystyle\iint_D\frac{dxdy}{2\sqrt{2x+2y+1}}$, где је D област одређена са $y^2=2x$, $x+y=4$, $x+y=12$.

4. [30] Решити једначину $\cos x(y'''+2y''+y'+2y)=2\cos x+\sin x$.

Писмени испит из Математике 3 — 28 август 2017. године

1. (25 поена) Развити функцију $f(x)=x(\pi-|x|)$, за $|x|\leqslant\pi$; $f(x+2\pi)=f(x)$ у Фуријеов ред и испитати где важи добијени развој. Користећи добијени развој израчунати суму $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n-1)^3}$.

2. (25 поена) Одредити запремину и површину тела које је ограничено површима $S_1: (z+1)^2=x^2+y^2$, и $S_2: 4z=x^2+y^2$.

3. (20 поена) Израчунати $\displaystyle\iint_D\frac{x^2}{x^2+y^2}dxdy$, где је D област одређена са $y=-\frac{1}{2}x^2$, $y=x$.

4. (5 поена) Једначина $xy''-2016y'=0$ има решење у облику полинома. Наћи степен тог полинома.

5. (25 поена) Решити једначину $x^4y'''+7x^3y''+14x^2y'+10xy=136x\sin^2(\ln x)$.

Писмени испит из Математике 3 — 12 септембар 2017. године

1. Испитати конвергенцију: а) (5 поена) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{(2n+\pi)^e}}$; б) (10 поена) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{\left(\sqrt{1+n^2}-n\right)^p}$.

2. (20 поена) Развити функцију $f(x)=\begin{cases}5x^2, & |x|\leqslant\frac{\pi}{2}\\ 0, & \frac{\pi}{2}<|x|\leqslant\pi\end{cases}$, $f(x+2\pi)=f(x)$ у Фуријеов ред и испитати где важи добијени развој. Користећи добијени развој израчунати суму $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$.

3. (20 поена) Тело T је ограничено површима $S_1: z=-\sqrt{x^2+y^2}$, $S_2: x^2-3y=0$, $S_3: x+\sqrt{3}y=0$ и $S_4: z=0$. Израчунати запремину тела T и површину дела површи S_1 који припада телу T.

4. (20 поена) Израчунати $\displaystyle\iint_D\frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+y^3}}dxdy$, где је $D: x=1, y=x, 2y=x$.

5. (25 поена) Решити једначину $y''-2y'+(2a-a^2)y=(x-4)e^{2x}$.