Писмени испит из Математике 3, 13. фебруар 2019. године

1 [15 поена, K1] Испитати апсолутну и условну конвергенцију редова

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot5\cdot8\cdot\ldots\cdot(3n-1)}{1\cdot5\cdot9\cdot\ldots\cdot(4n-3)}$;
2. $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{(\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt{n^2-n+1})^p}{n}$, $p \in \mathbb{R}$;
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n+1}\left(\frac{(2n)!}{(n!)^2}\right)^p$, $p \in \mathbb{R}$.

2 [25 поена, K1] Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{n!}\left(\frac{(2n-1)!!}{n^2}\right)^p x^n$, у зависности од $p \in \mathbb{R}$. Наћи суму реда за $p = 0$, па на основу тога израчунати $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)2^n}{n!}$.

3 [15 поена, K2] Израчунати двојне интеграле:

1. $\iint\limits_D |xy|\, dx\, dy$, $D:\ y = x,\ y = -\sqrt{x},\ x = 1$;
2. $\iint\limits_D y \sin x\, dx\, dy$, $D:\ y = 1 + \cos x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \pi$.

4 [20 поена, K2] Израчунати запремину тела ограниченог површима $z^2 = y$ и $x^2 + y^2 = 2y$.

5 [25 поена, K2] Решити једначину $L(y) = \frac{(x+1)^2}{x}$, ако се зна да је једно решење једначине $L(y) = 0$ у облику полинома при чему је $L(y) = x^3(x+1)y'' + x(2x+1)y' - (2x+1)y$.