

Писмени испит из Математике 3, 1.3.2019. године

1 [20 поена] Функцију $f(x) = 2x \operatorname{arctg}(x) - \ln(1 + x^2)$ развити у Маклоренов ред, а затим испитати где важи добијени развој. На основу добијеног развоја наћи суму $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n^2+3n+1}$.

2 [20 поена] Функцију

$$f(x) = \begin{cases} \pi & , -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi - x & , 0 < x < \pi \end{cases}, \quad f(x + 2\pi) = f(x),$$

развити у Фуријеов ред и одредити где важи развој. На основу добијеног развоја израчунати суму $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$.

3 [20 поена] Израчунати двојни интеграл

$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{4y-x^2-y^2}} dx dy, \quad D : x^2 + y^2 \leq 2y.$$

4 [20 поена] Израчунати запремину тела ограниченог површима $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = 1 + x^2 + y^2$.

5 [20 поена] Решити диференцијалну једначину $x^2 y'' - 4xy' + 6y = x^3$.