

Први колоквијум из Математике 3

30.11.2019. године

1. Испитати конвергенцију следећих редова:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11 \cdots (5n - 4)}{2^n (n + 1)};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2}}{n!};$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \binom{\frac{1}{3}}{n} \sin^2(n!);$$

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 - 4n^2 + 2n + 5}{\sqrt{n^3 + 3n - 2}} \left(\ln(n^{3p} + 2n^{2p}) - p \ln(n^3)\right), p \in \mathbb{R}.$$

2. Испитати апсолутну и условну конвергенцију степеног реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\right)^p \frac{x^n}{n^2 + 3n + 2}$ у зависности од параметра $p \in \mathbb{R}$. За $p = 0$ наћи суму степеног реда.

3. Функцију $f(x) = 2x \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$ развити у Маклоренов ред и испитати где важи развој. Користећи добијени развој израчунати $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!!}{(2n+1)8^n n!}$.