Писмени испит из Математике 3 6.2.2020. године

1. Испитати апсолутну и условну конвергенцију следећих редова:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\ln(1+n^2)}$;

б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot ... \cdot (3n+2)}{1 \cdot 6 \cdot 11 \cdot ... \cdot (5n+1)}\right)^p$, $p \in \mathbb{R}$;

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n+3} - \sqrt{n+2}\right)$.

2. Нека су $S(p,x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!!}{(2n+1)^p (2n)!!} x^{2n}$ и $f(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - x^2$.

а) Испитати условну и апсолутну конвергенцију степеног реда у зависности од параметра $p \in \mathbb{R}$.

б) Дату функцију развити у Маклоренов ред и испитати где важи развој.

в) Израчунати $S(1,1)$.

3. Функцију $f(x) = x^3 + \pi^2 x$ развити у Фуријеов ред на интервалу $(-\pi, \pi]$. На основу добијеног развоја израчунати суму $S = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3 - \pi^2(2n-1)^2}{(2n-1)^3}$.

4. Дате су површи $S_1 : z = -\sqrt{x^2+y^2}$, $S_2 : x^2 = -3y$, $S_3 : x = y\sqrt{3}$.

а) Израчунати запремину тела T ограниченог датим површима и са равни $z = 0$.

б) Израчунати површину дела површи S_1 који припада телу T.

5. Нека је $L(x) = (2x^2 - x)y'' + 2(2x^2-1)y' + 4(x-1)y$.

а) Решити диференцијалну једначину $L(x) = 0$ ако је познато да је једно решење одговарајуће хомогене једначине у облику x^α.

б) Решити диференцијалну једначину $L(x) = (2x^2 - x)^2$.