Писмени испит из Математике 3 $\qquad$ 14.7.2020. године

1. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{4\cdot 7\cdot 10\cdot \ldots \cdot(3n+1)}{(2n)!!}\right)^p \ln\left(\frac{n^2+3n+1}{n^2-n+2}\right),\ p\in\mathbb{R}.$$

2. Функцију $f(x)=\begin{cases}|x|,\ x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right];\\ \frac{\pi}{2},\ x\in\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]\end{cases}$, $f(x+2\pi)=f(x)$ развити у Фуријеов ред и испитати где важи развој. На основу добијеног развоја израчунати суме $S_1=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n-1}{n^2}$ и $S_2=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$.

3. а) Израчунати $\displaystyle\iint\limits_D \frac{\sin\sqrt[4]{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, ако је

$$D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\frac{\pi^4}{256}\leqslant x^2+y^2\leqslant\frac{\pi^4}{16},\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0,\ y\geq x\right\}.$$

б) Одредити запремину тела T које је ограничено површима $S_1: z=2-\sqrt{x^2+y^2}$, $S_2:(x-2)^2+y^2=4$. $S_3: y=\sqrt{3}x,\ S_4: z=0$.

4. Решити диференцијалну једначину $y'''-2y''+2y'=6\sin^2 x$.