

Писмени испит из Математике 3

25.6.2021.

1. [15 + 8] а) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n^2 + 3n - 2} \right)^p x^n,$$

у зависности од параметра $p \in \mathbb{R}$;

- б) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!}}{(a + \sqrt{1})(a + \sqrt{2}) \dots (a + \sqrt{n})},$$

ако је $a > 0$.

2. [20] Функцију $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$ развити у Маклоренов ред и одредити где важи развој. На основу добијеног развоја израчунати $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{9^n(4n+1)}$.

3. [12] Израчунати

$$\iint_D e^{(x-y)^2} (x^2 - y^2) dx dy,$$

где је D дато са $y = x$, $y = x + 1$, $y = 1 - x$, $y = 2 - x$.

4. [15] Израчунати запремину тела T које је ограничено површима

$$S_1 : z = \frac{y^2}{2} \text{ и } S_2 : z = 4 - x^2 - \frac{y^2}{2}.$$

5. [18 + 12] Решити диференцијалне једначине

а) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + y = \frac{1}{\sin(\ln x)}$.

б) $y^2 \cdot y'^3 = y^3 \cdot y' \cdot y'' + 3y'^2 \cdot y$.