

1. [15 + 5 + 10] а) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{(2n+1)^p (n!)^q},$$

у зависности од параметара $p, q \in \mathbb{R}$;

- б) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^a}{\ln n}$, ако је $a > 0$.

- в) Израчунати $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(n+1)3^n}$.

2. [20] Функцију $f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2} & , 0 \leq x \leq \pi \\ \frac{\pi}{2} & , -\pi < x < 0 \end{cases}$, $f(x) = f(x + 2\pi)$ развити у Фуријеов ред и одредити где важи развој. На основу добијеног развоја израчунати $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

3. [15] Израчунати $\iint_D \sqrt{(x^2 + y^2 + 2y + 1)^3} dx dy$, где је D дато са $x^2 + y^2 \leq 1$.

4. [15] Израчунати запремине оба тела која су ограничена површима $S_1 : x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 1$ и $S_2 : z = \sqrt{x^2 + y^2} - 2$.

5. [13 + 7] Решити следеће диференцијалне једначине:

а) $x^2 y'' - xy' + y = x$

б) $(1 + y^2)yy'' = (3y^2 + 1)y'^2$.