

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I, 24. februar 2006. (grupa A)

1. Data je determinanta  $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ a & 3 & 2 & a \\ 1 & -2 & 1 & a \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ .

(1) Izračunati determinantu  $D$ .

(2) Rešiti jednačinu  $z^6 = 1 + (a - 1)i$ , gde je  $a$  rešenje jednačine  $D - 2 = 0$ .

2. Date su matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Rešiti matricnu jednačinu  $A \cdot X = B$

koristeći matricu  $A^{-1}$ .

3. Koristeći Kroneker–Kapelijevu teoremu diskutovati i rešiti sistem

$$\begin{cases} x + 2y + z & = 0 \\ -6x + ay - 5z & = 0 \\ 5x - 6y + az & = 0 \end{cases},$$

$$(a - 3)x + 18y + 2z = 0$$

$a \in \mathbb{R}$ .

4. Date su prave  $p: \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{2}$  i  $q: \begin{cases} 3x + y - z - 5 = 0 \\ -x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$ .

(1) Pokazati da se prave  $p$  i  $q$  seku i napisati jednačinu ravni koju određuju.

(2) Odrediti rastojanje koordinatnog početka od prave  $p$ .

(3) Naći skalarni proizvod vektora  $\vec{r} = (1, 2, 3)$  i vektora prave  $p$ .

PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I, 24. februar 2006. (grupa B)

1. Data je determinanta  $D = \begin{vmatrix} a & 3 & 2 & a \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & a \\ -1 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ .

(1) Izračunati determinantu  $D$ .

(2) Rešiti jednačinu  $z^4 = a - 1 + i$ , gde je  $a$  rešenje jednačine  $D + 2 = 0$ .

2. Date su matrice  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ . Rešiti matricnu jednačinu  $A \cdot X = B$

koristeći matricu  $A^{-1}$ .

3. Koristeći Kroneker–Kapelijevu teoremu diskutovati i rešiti sistem

$$\begin{cases} 6x - ay - 5z & = 0 \\ 18x + 2y + (a - 3)z & = 0 \\ ax - 5y - 6z & = 0 \\ 2x + y + z & = 0 \end{cases},$$

$a \in \mathbb{R}$ .

4. Date su prave  $p: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-1}{-4}$  i  $q: \begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ -3x - y + z + 5 = 0 \end{cases}$ .

(1) Pokazati da se prave  $p$  i  $q$  seku i napisati jednačinu ravni koju određuju.

(2) Odrediti rastojanje koordinatnog početka od prave  $p$ .

(3) Naći skalarni proizvod vektora  $\vec{r} = (1, 2, 3)$  i vektora prave  $p$ .