PRVI KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I (druga grupa)

1. Odrediti oblast definisanosti funkcije $f(x) = \arccos\frac{x-2}{x-3} + \ln x^5$.

2. Odrediti kompleksne brojeve koji zadovoljavaju jednačinu $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} z^2 & z^2 & 0 \\ z^2 & -1 & z^2 \\ 1 & z^2 & z^2 \end{vmatrix} = 1+i$.

3. Dat je sistem $\begin{aligned} -2x+8y+bz &= b \\ -2x+3y+z &= 0 \\ 4x-y-3z &= 0 \end{aligned}$, $b \in \mathbb{R}$. Koristeći Kroneker-Kapelijevu teoremu diskutovati dati sistem u zavisnosti od parametra b.

4. Naći intenzitet vektora $\vec{a} = -2\vec{p} + \vec{q}$, ako je $|\vec{q}| = 2$, $|\vec{p}| = \sqrt{3}$ i ugao izmedju vektora $\vec{p}$ i $\vec{q}$ je $\frac{\pi}{6}$.

5. Naći jednačinu prave koja je simetrična pravoj $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-6}{4} = \frac{z+8}{-5}$ u odnosu na ravan $-2x-2y-8z+18=0$.

Drugi kolokvijum iz Matematike 1, II grupa

1. Ispitati konvergenciju niza $a_n = \frac{7}{n}\sin 3n - \frac{2n}{9n+4}$.

2. Izračunati $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{e^{2x^2}-1}$.

3. Funkciju $f(x) = 1 + 4\sqrt{1-x}$ aproksimirati Maklorenovim polinomom drugog stepena, pa pokazati da se za $|x| < \frac{1}{10}$ pravi greška $|R_2(x)| < \frac{1}{4\cdot 3^6}$.

4. Ispitati i nacrtati funkciju $f(x) = \frac{x+1}{\ln^2(x+1)}$.

Drugi kolokvijum iz Matematike 1 — 29.1.2010.

1. Pokazati da niz $a_n = \frac{n^{n+1}}{5^n n!}$ konvergira i odrediti $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

2. Ne koristeći Lopitalovo pravilo izračunati $\lim_{x\to 0} \frac{\cos^{\frac{4}{3}} x + e^{4x^2+1} - e - 1}{\ln(1+3x\sin x)}$.

3. Data je funkcija $f(x) = (x+1)e^{1+\frac{1}{x+1}}$.

   a) Odrediti sve asimptote date funkcije.

   b) Datu funkciju aproksimirati Maklorenovim polinomom drugog stepena i za $|x| < \frac{1}{10}$ proceniti grešku.

4. Ispitati funkciju $f(x) = \frac{3x-8}{\sqrt{(x-1)(x-3)}}$ i nacrtati njen grafik.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 10.2 2010. Б

1. Дат је систем

$$\begin{aligned}(b-2)x+2by+bz&=-1\\(2b-4)x+\left(-b^2+2b-1\right)y+(3b-5)z&=0\\(3b-6)x+6by+(4b-3)y&=0\end{aligned}.$$

У зависности од реалног параметра b дискутовати дати систем. У случају када је систем одређен, решити га применом Крамеровог правила.

2. Дате су праве $p:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{1}$, $q:\begin{cases}x+y-z=0\\5x-y-z=0\end{cases}$ и раван $\alpha: 6x-4y+z+3=0$.

а) Показати да су праве p и q мимоилазне.

б) Наћи једначину праве r, паралелне равни α, која сече праве p и q редом у тачкама P и Q тако да је $\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\sqrt{13}$.

3. Не користећи изводе наћи $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt[13]{x^{13}+x^{12}}-x\right)\cdot \ln\dfrac{x+13}{x}$.

4. Дата је функција $f(x)=\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{\ln x}{2}$.

а) Дату функцију апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $a=1$ и за $\dfrac{9}{10}\le x\le\dfrac{11}{10}$ проценити грешку.

б) Одредити $\lim\limits_{x\to1}(4f(x))^{1/(x-1)}$.

5. Испитати функцију $f(x)=\dfrac{xe^{5x}}{(5x+2)^2}$ и нацртати њен график.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 27.2 2010.

1. Дат је систем

$$\begin{aligned}x-ay-z&=0\\x+y+az&=1-a\\ax-y+z&=-1\end{aligned}.$$

У зависности од реалног параметра a, користећи Кронекер-Капелијеву теорему, дискутовати дати систем. У случају када је систем одређен, решити га применом Крамеровог правила.

2. Дате је права $p:\dfrac{x+7}{2}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z}{-1}$, раван $\alpha: x+2y+5z-5=0$ и тачке $A(-6,5,-1)$ и $B(-3,0,-2)$. Нека је q права која садржи тачке A и B.

а) Показати да се праве p и q секу и одредити једначину равни која их садржи.

б) Наћи једначину равни β, паралелну равни α, такву да су растојања тачке A од α и β једнака.

3. Не користећи изводе наћи $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{1/\left(\ln\left(2+x^2\right)-\ln 2\right)}$.

4. Дата је функција $f(x)=x+\sqrt{4+x^2}$.

а) Дату функцију апроксимирати Маклореновим полиномом другог степена и за $|x|\le\dfrac{1}{10}$ проценити грешку.

б) Одредити $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x))^{1/\ln x}$.

5. Испитати функцију $f(x)=\dfrac{\ln^2 x+3\ln x+3}{x}$ и нацртати њен график.

МАЈ 22.5

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

17.4 2010.

20 1. У Зависности од реалног параметра λ дискутовати и решити систем
$$\begin{aligned} x+y+2z&=1\\ 2x-y+z&=\lambda\\ 3x+2y+(\lambda+7)z&=1\\ 4x+\lambda y+2z&=\lambda+1 \end{aligned}.$$

20 2. На правој $p:\begin{cases} x+y-z+4=0\\ x-5y+z-14=0\end{cases}$ наћи тачке A и B удаљене од равни $\alpha: 2x-4y+z+5=0$ за 1.

30 3. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos 5x}-\sqrt[5]{\cos 3x}}{e^{1+\sin x\cdot tgx}-e^{\cos x}}$, па резултат проверити применом Лопиталовог правила.

30 4.Испитати функцију $f(x)=(x-1)e^{\frac{6}{x}}$ и нацртати њен график.

Pismeni ispit iz Matematike 1

1. Ako je $|z_1|=4$, $|z_2|=5$, $\arg z_1=60°$ i $\arg z_2=-30°$, dokazati da je $z_1z_2=20(\cos 30°+i\sin 30°)$.

2. Za koje vrednosti $a\in\mathbb{R}$ matrica $A=\begin{bmatrix} a & 1 & 2 & -1 & -3\\ 0 & a-1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & a-2 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & a+1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & a+3\end{bmatrix}$ nema inverznu matricu (odgovor obrazložiti)? Za $a=0$ odrediti rang matrice A.

3. Prvo pokazati da su ravni $\alpha: x+y+z=0$ i $\beta: x+y+z=1$ međusobno paralelne, a potom odrediti rastojanje između njih.

4. Izračunati $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x$ i $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+\sin x^2+\sin x^3}{x+e^x-1+\ln(1+x)}$.

5. Odrediti Maklorenov polinom sedmog stepena funkcije $f(x)=e^{\pi x}$.

6. Ispitati funkciju $f(x)=\dfrac{\sin\sqrt[17]{2\pi}}{x^4-1}$ i skicirati njen grafik.

Писмени испит из Математике 1

ЈУН 2010

1. Решити систем линеарних једначина $\begin{aligned}(a+1)x-3y+3z&=0\\ -x+(a-1)y-z&=0\\ x-y+(a-1)z&=0\end{aligned}$, $a\in\mathbb{R}$.

2. Дате су праве $p:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{2}$ и $q:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$.

(1) Показати да се дате праве секу и наћи координате пресечне тачке.
(2) Написати једначину равни одређену правама p и q.

3. Испитати конвергенцију низа $a_n=\dfrac{3^n+7^n}{2\cdot 7^n+1}+\dfrac{3n^2}{4n^2-17}$.

4. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-3x^2}-e^{7x^2}}{1-\cos 5x}$.

5. Функцију $f(x)=(x+1)^3\ln(x+1)$ апроксимирати Маклореновим полиномом трећег степена, па показати да за $|x|\leqslant\dfrac{1}{10}$ важи $|R_3(x)|\leqslant\dfrac{1}{36\cdot 10^3}$.

6. Испитати функцију $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$ и нацртати њен график.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 30.08.2010.

1. У Зависности од реалног параметра m дискутовати и решити систем
$$\begin{aligned} -x+3y+mz&=3\\ 2my+3z&=4\\ x+y+z&=1\\ 2x-2y-z&=-2 \end{aligned}.$$

2. На правој $p:\begin{cases} x+y-z-1=0\\ x-5y+z+9=0 \end{cases}$ наћи тачке удаљене од праве $q:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ за $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

3. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+\sin^2 x\right)}{e^{x^2}-\cos x\cdot\cos 2x}$, па резултат проверити применом Лопиталовог правила.

4.Испитати функцију $f(x)=arctg\left(1+\dfrac{1}{x}\right)+x$ и нацртати њен график.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

20.9 2010.

1. У зависности од реалног параметра λ дискутовати и решити систем
$$\begin{aligned} -x+y-\lambda z&=-1\\ \lambda x-y+\lambda z&=1-\lambda\\ \lambda x-3y-3z&=1 \end{aligned}.$$

2. Написати једначину праве q која је симетрична правој $p:\begin{cases} x+y-z+4=0\\ x-5y+z-14=0 \end{cases}$ у односу на раван $\alpha: 2x-4y+z+5=0$.

3. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{e^{2x}-1}{\ln(1+\sin 3x)}+\dfrac{\ln\cos 2x}{\sqrt[3]{\cos x}-e^{x^2}}\right]$, па резултат проверити применом Лопиталовог правила.

4. Испитати функцију $y=\dfrac{x\ln x^2}{1-\ln x^2}$ и нацртати њен график.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

[redacted] 23.10.2010

1. У Зависности од реалног параметра λ дискутовати и решити систем
$$\begin{aligned} 2x-y+z&=\lambda-1\\ x+y+2z&=1\\ 3x+2y+(\lambda+6)z&=1\\ 4x+(\lambda-1)y+2z&=\lambda \end{aligned}.$$

2. Наћи нормалну пројекцију праве $p:\begin{cases} x+y-z+4=0\\ x-5y+z-14=0 \end{cases}$ на раван $\alpha: 2x-4y+z+5=0$.

3. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 2x}{\sqrt[3]{\cos x}-e^{x^2}}$, па резултат проверити применом Лопиталовог правила.

4.Испитати функцију $f(x)=(6x+1)e^{-\frac{1}{x}}$ и нацртати њен график.