

1.  $1^0$  Одредити област дефинисаности функције  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{1 - \ln x}$ .  $2^0$  Решити једначину  $z^7 = 1 - i$ .

$$x + ay + z = 1$$

2. Користећи Крамерово правило дискутовати и решити систем једначина  $x + y + az = 0$ .

$$ax + y + z = 0$$

$$x - y + 2z = 4$$

3. Користећи Кронекер-Капелијеву теорему дискутовати систем

$$x + my + (m^2 - m)z = 5.$$

$$x - y + (m^2 - m)z = 4$$

4. Израчунати граничну вредност  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x \sin x} - \sqrt[5]{\cos x}}{\ln^2(1 + 4x)}$ .

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, А

1. Испитати функцију  $y = (x - 3)e^{1/x}$  и нацртати њен график.

2010/2011

2. Функцију  $f(x) = 4x + 9\sqrt[3]{1+x} - 5$  апроксимирати Маклореновим полиномом трећег степена, па за  $|x| \leq \frac{1}{10}$  проценити грешку.

3. Дате су равна  $\alpha: 2x + y + z + 8 = 0$ , тачка  $M(-2, 2, 0)$  и права  $p: \begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ 2x - y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$

1) Написати једначину праве  $q$  која садржи тачку  $M$  и која је нормална на равна  $\alpha$ ;

2) Наћи продор праве  $p$  кроз равна  $\alpha$  и растојање тачке  $M$  од праве  $p$ .

4. Наћи  $\lim_{x \rightarrow +0} \left( \frac{x}{x^2 + 3} \right)^{1/\ln x^2}$ .

МАТЕМАТИКА 1В 10.2.2011

Решити једначину  $z^5 = \frac{2}{1-i\sqrt{3}}$ .

Систем  $x + t = 0$ ;  $x + y + z + t = 0$ ;  $x + y + t = 0$ ;  $x + (b^2 + b + 1)t = b + 1$  дискутовати применом Кронекер-Капелијеве теореме у зависности од  $b \in \mathbb{R}$ . Када је одређен, решити га применом Крамеровог правила, а када је неодређен Гаусовим поступком.

Решити једначину  $CX + C = D$ , где је  $C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  и  $D = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ .

Без употребе Лопиталовог правила израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x \operatorname{tg} x} - \cos 3x}{(1 - 3 \sin^2 x)^{2/3} - 1}$ .

Функцију  $f(x) = (x - 1)e^x$  апроксимирати Маклореновим полиномом трећег степена и за  $x \in [-\frac{1}{10}, 0]$  проценити грешку.

Испитати функцију  $y = \frac{\ln x + 1}{x(1 - \ln x)}$  и скицирати њен график.

Одредити једначину заједничке нормале правих  $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$  и  $q: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{-1}$ .

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 24.2.2011.

1. Решити једначину  $z^6 = \frac{2}{\sqrt{3+i}}$ .

2. Систем  $x + 2y + z + t = 0$ ;  $x + (a + 2)y + 2z + 5t = 0$ ;  $2x + 4y + (a + 2)z + (a + 7)t = 0$ ;  $-x - 2y + (a - 3)z + (a - 3)t = a$  дискутовати и решити у зависности од  $a \in \mathbb{R}$ .

3. Решити једначину  $(AX + A)^{-1} = B$ , где је  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

4. Без употребе Лопиталовог правила израчунати  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{7x+6} - 3}{\sqrt{11x-8} - 5}$ .

5. Функцију  $f(x) = \sqrt{x+1}$  апроксимирати Маклореновим полиномом трећег степена и за  $x \in [0, \frac{1}{10}]$  проценити грешку.

6. Испитати функцију  $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$  и скицирати њен график.

7. Нека је  $p: \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+3}{-1}$ ,  $\alpha: x + y + z - 3 = 0$  и  $A = (2, 2, 2)$ . Одредити равна  $\beta$  која је нормална на равна  $\alpha$  и која садржи праву  $p$ . Наћи тачку  $B$  која је симетрична тачки  $A$  у односу на равна  $\alpha$ .

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 16.4.2011.

1. Решити једначину  $z^4 = \frac{3-i\sqrt{3}}{i-\sqrt{3}}$ .
2. У зависности од  $a \in \mathbb{R}$  дискутовати и решити систем једначина  $x - y + z = 1$ ;  $(a+1)x + (a^2 - 1)y + z = -1$ ;  $(a^2 + 2)x + (a - 2)y + 2z = 4$
3. Решити једначину  $X \cdot A^{-1} = B^{-1}$ , где је  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} -1 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ .
4. Без употребе Лопиталовог правила израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \cos x + e^{x^2}}{\sqrt[5]{243 - 2x^2} - 3}$ .
5. Функцију  $f(x) = (\sqrt{x^2 + 1} + x)^{-1}$  апроксимирати Маклореновим полиномом другог степена и за  $x \in [0, \frac{1}{10}]$  проценити грешку.
6. Испитати функцију  $y = (6x - 1)e^{1/x}$  и скицирати њен график.
7. Доказати да је права  $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{-1}$  паралелна са равни  $\alpha: x + y + z - 3 = 0$ , и да не лежи у њој. Наћи нормалну пројекцију праве  $p$  на раван  $\alpha$ .

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

15.6.2011.

1. У зависности од реалног параметра  $a$  дискутовати и решити систем  $x + y + z = 1$   
 $x + ay + z = 2$   
 $x + y + az = 3$
2. Дате су раван  $\alpha: x + y + z + 1 = 0$  права  $p: \begin{cases} x + 2y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases}$  и тачка  $A(1, 2, 3)$ .  
1° Наћи растојање тачке  $A$  од праве  $p$ .  
2° Написати једначину праве  $q$  која садржи тачку  $A$ , сече праву  $p$  и паралелна је равни  $\alpha$ .
3. Наћи  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sqrt{\ln x - 2}}{\sqrt{\ln x - 3}} \right)^{3 \ln x}$ , па резултат проверити применом Лопиталовог правила.
4. Дата је функција  $f(x) = (4x - 1)e^{2/x}$ .  
1° Испитати дату функцију и нацртати њен график.  
2° Дату функцију апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $x = 1$  и за  $x \in [1, 11/10]$  проценити грешку.

Писмени испит из Математике 1

24. 8. 2011.

1. У зависности од реалног параметра  $m$  решити систем једначина  $mx + y - z = m + 1$   
 $(m + 3)x + (m + 1)y + 2z = 2m + 2$   
 $(m + 2)x + y + z = m + 2$
2. Дате су праве  $p: \begin{cases} 4x - y + 2z - 4 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$  и  $q: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+5}{-1}$ .  
а) Одредити једначину равни  $\alpha$  која је паралелна са правом  $p$  и садржи праву  $q$ .  
б) Одредити праву  $s$  симетричну правој  $p$  у односу на раван  $\alpha$ .  
в) Одредити растојање праве  $p$  од равни  $\alpha$ .
3. Израчунати  
а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - \sqrt[4]{x^3 + 1}}{\ln(\cos 3x + \operatorname{tg} x - \sin 5x)}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}$ .
4. Дата је функција  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4x + 3}$ .  
а) Испитати дату функцију и скицирати њен график.  
б) Апроксимирати дату функцију Маклореновим полиномом другог степена и за  $|x| < \frac{1}{5}$  одредити грешку апроксимације.



ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ I

7.9.2011.

1. Користећи Кронекер-Капелијеву теорему, у зависности од реалног параметра  $a$ , дискутовати и решити систем једначина
- $$\begin{cases} x + y + 2z = 1 & 3x + 2y + (a+6)z = 1 \\ 2x - y + z = a - 1 & 4x + (a-1)y + 2z = a \end{cases}$$

2. Испитати функцију  $y = (x-1)e^{\frac{6}{x}}$  и нацртати график. Апроксимирати дату функцију Тејлоровим полиномом другог степена у тачки  $a = 1$ , па за  $x \in [1, 11/10]$  проценити грешку.

3. Испитати међусобни положај правих  $p: \begin{cases} x + y + z - 5 = 0 \\ 3x + 4y + 2z - 14 = 0 \end{cases}$  и  $q: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{1}$ . Написати једначину праве која сече дате праве под правим углом.

4. Наћи граничне вредности  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[2011]{x^{2010} + x^{2011}} - x \right)$  и  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{ctgx}) \operatorname{tg} 2x$ .

Писмени испит из Математике 1

27. септембар 2011.

1. Користећи Кронекер-Капелијеву теорему, у зависности од реалног параметра  $m$  дискутовати систем једначина
- $$\begin{cases} 4x + 2y + 3z = 1; & 8x + (m^2 - m + 7)y + (m^2 - 3m + 6)z = m^2 - 3m + 4; \\ -4x + y + mz = -1; & 4x + (3m + 11)y + (m^2 - 6)z = m^2 - 4m + 7. \end{cases}$$

2. Одредити једначину праве  $r$  која праве  $p: \begin{cases} 2x + 2y - z - 4 = 0 \\ x + 4y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$  и  $q: \frac{x-3}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{2}$  сече и нормална је на њих.

3. Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - \sqrt[4]{x^2 + 1}}{\ln(\cos(\sin 5x))}$  б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{64x^3 + x^2} - \sqrt{16x^2 - 3x})$  в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3^x - x^3}{x - 3}$ .

4. а) Испитати функцију  $f(x) = \frac{\ln x}{12 + \ln^2 x}$ .  
 б) У зависности од реалног параметра  $a$  дискутовати број решења једначине  $f(x) = a$ .

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ I

15.10.2011. окт 2

1. У зависности од реалног параметра  $a$  дискутовати и решити систем
- $$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 2 \\ ax + y + z = 3 \end{cases}$$

2. Дате су праве  $p: \begin{cases} -x + y - 2z = 0 \\ 2x + y + z + 3 = 0 \end{cases}$  и  $q: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$  и тачка  $A(0, 0, 1)$ .

- 1° На правој  $p$  наћи тачку чије је растојање од тачке  $A$  једнако  $2\sqrt{2}$ .  
 2° Испитати међусобни положај правих  $p$  и  $q$ .  
 3° Написати једначину равни која садржи праву  $q$  а која је паралелна правој  $p$ .

3. Наћи граничне вредности  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos 3x \cdot \cos 5x}{\operatorname{tg}^3 x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\ln x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x) \operatorname{tg} x$ .

4. Испитати функцију  $f(x) = (x^3 - x^2)e^x$  и нацртати њен график.