

- Наћи комплексни број  $z$  за који важи  $|z| = |z-1|$ ,  $Re(2\bar{z} \cdot i) = -\sqrt{3}$ , а затим израчунати  $\sqrt[4]{z-1}$ .
- Применом Крамеровог правила дискутовати и решити систем
 
$$\begin{aligned} x - y + z &= 1 \\ x + (a^2 - 1)y + (a+1)z &= -1 \end{aligned}$$
 у зависности од реалног параметра  $a$ .
 
$$2x + (a-2)y + (a^2 + 2)z = 4$$
- Решити матричну једначину  $3X + (X^{-1} \cdot B)^{-1} = 2AX + 4C$ , ако су  $A$ ,  $B$  и  $C$  неке квадратне матрице реда 3.
- Применом Кронекер-Капелијеве теореме дискутовати систем
 
$$\begin{aligned} x + 3y + (m+5)z &= 8 \\ 2x - y - 3z &= -2 \\ 3x + 2y + z &= 2(m+4) \end{aligned}$$
 у зависности од реалног параметра  $m$ .
 
$$(m+4)x - 5y - 10z = -12$$
- Наћи граничну вредност низа  $a_n = \frac{4 + \arctg n}{n^3 + 1} + \frac{1}{2} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{2n}$ .

- Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = 2e^{\frac{1}{x}} - 3x$ .
- Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin^2 5x)}{\sqrt[5]{\cos 5x} - e^{5x^2}}$  б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{\pi} \arctg x \right)^x$ .
- Функцију  $f(x) = (x+2)^2 \ln(x+2)$  апроксимирати Тејлоровим полиномом трећег степена у околини тачке  $x_0 = -1$  и за  $|x+1| < \frac{1}{10}$  проценити грешку апроксимације.
- Дате су тачке  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(2, 1, 2)$  и права  $q: \begin{cases} x + y - 3z + 2 = 0 \\ 2x + 3y - z - 2 = 0 \end{cases}$ .
  - Одредити једначину праве  $p$  која пролази кроз тачке  $A$  и  $B$ .
  - Испитати међусобни положај правих  $p$  и  $q$ .
  - Написати једначину равни која садржи тачку  $A$  и праву  $q$ .
  - Одредити заједничку тачку праве  $p$  и равни  $\alpha: x + 2y + z = 0$ .

Писмени испит из Математике 1, 7.2.2014.

- Решити једначину  $z^2 + \begin{vmatrix} 1+4i & i(6+\sqrt{3}) & 2i \\ -2i & 1-3i & -i \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = i\sqrt{3}$ . 12
- Решити матричну једначину  $AX - A = 2X + E$  ако је  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . 8
- Дискутовати и решити систем
 
$$\begin{aligned} x + (a+1)y + 3z &= 8 \\ 2x - 3y - z &= -2 \\ 3x + y + 2z &= 2a \\ ax - 10y - 5z &= -12 \end{aligned}$$
 у зависности од параметра  $a \in \mathbb{R}$ . 22
- Показати да низ  $a_n = \frac{\cos(n!)}{\sqrt[3]{n^2+1}}$  конвергира и одредити његову граничну вредност. 8
- Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = \frac{\ln^2 x + 3 \ln x + 3}{x}$ . 18
- Израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} - \cos 2x}{x(\sqrt{4+x} - 2)}$  не користећи изводе, а затим га проверити користећи Лопиталово правило. 12
- Функцију  $f(x) = \arctg \frac{1}{x}$  апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $x_0 = 1$  и за  $|x-1| < \frac{1}{10}$  проценити грешку апроксимације. 8
- Дате су тачке  $A(1, 0, 1)$ ,  $B(2, 1, 1)$ ,  $C(1, 2, 1)$  и  $D(1, 1, 2)$ . Написати једначину равни  $\alpha$  одређене тачкама  $A, B$  и  $C$ . Израчунати угао између равни  $\alpha$  и праве одређене тачкама  $A$  и  $D$ , као и запремину тетраедра  $ABCD$ . 12

Писмени испит из Математике 1 21.02.2014.

- Решити једначину  $iz^6 + 8 - (8i - z^6)\sqrt{3} = 0$  и решења представити у комплексној равни.
- Решити матричну једначину  $E + BX = (2X^{-1}A)^{-1}$ , ако су  $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$ .
- Дискутовати и решити систем 
$$\begin{cases} x + y + 2z - t = 0 \\ 3x + 2y + z + t = 0 \\ -x + ay + 2z + 3t = 0 \\ 4x + 8y + (a+3)z + 2t = 0 \end{cases}$$
 у зависности од параметра  $a \in \mathbb{R}$ .
- Израчунати  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  ако је: а)  $a_n = \sqrt[3]{n^3 + 2n^2} - n$  б)  $a_n = \left(\frac{n^2 - 2n - 1}{n^2 - 4n + 2}\right)^{5n+1}$ .
- Израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos 3x \cos 5x}{\operatorname{tg}^3 x}$ .
- Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ .
- Функцију  $f(x) = \ln \sin x$  развити у Тејлоров полином другог степена у околини тачке  $x_0 = \frac{\pi}{4}$  и за  $x \in \left[\frac{\pi}{4} - \frac{1}{10}, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{10}\right]$  проценити грешку апроксимације.
- Дате су праве  $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$  и  $q: \begin{cases} 2x + y - z - 5 = 0 \\ x - 4y + z - 1 = 0 \end{cases}$ . Одредити једначину равни  $\pi$  која садржи праву  $q$  и паралелна је са правом  $p$ . Наћи растојање координатног почетка од  $\pi$ .

Писмени испит из Математике 1 06.04.2014.

- Одредити геометријско место тачака у комплексној равни датих једначином  $z\bar{z} + (1+i)z + (1-i)\bar{z} = 0$ .
- У зависности од реалног параметра  $m$  дискутовати и решити систем 
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ (m+1)x + (m^2-1)y + z = -1 \\ (m^2+2)x + (m-2)y + 2z = 4 \end{cases}$$
- Израчунати лимес  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\ln x - x + 1}$ .
- Решити матричну једначину  $AX + B = 2A + BX$  ако су матрице  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ .
- Написати Тејлоровим полином трећег степена у тачки  $x_0 = 1$  функције  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}$ , а затим за  $|x-1| < 0,25$  проценити грешку апроксимације.
- Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = x + \sqrt{x^2 - x - 2}$ .
- Одредити вредност параметра  $k \in \mathbb{R}$  тако да се праве  $p: \frac{x-3}{k} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2}$  и  $q: \begin{cases} 8x + 4y - z + 17 = 0 \\ x + 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$  секу. За такво  $k$  наћи координате пресечне тачке правих  $p$  и  $q$  као и једначину равни коју одеђују  $p$  и  $q$ .

Писмени испит из Математике 1 18.06.2014.

- Одредити све корене једначине  $iz^5 + 4\sqrt{3}i - 4 = 0$  и представити их у комплексној равни.
- У зависности од реалног параметра  $m$  дискутовати и решити систем 
$$\begin{cases} 3x + (m+1)y + z = 8 \\ 2x + y + 3z = 2m \\ -5x - 10y + mz = -12 \\ -x - 3y + 2z = -2 \end{cases}$$
- Израчунати а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{\pi} - \sqrt{\operatorname{arccos} x}}{\sqrt{1+x}}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \cos 3x + e^{x^2}}{\sqrt[3]{32-3x^2} - 2}$ .
- Функцију  $f(x) = \sqrt[3]{1-2x}$  развити у Маклоренов полином трећег степена и проценити грешку за  $x \in \left[-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right]$ .
- Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = x + \ln(1 - e^{2x})$ .
- Наћи тачку  $M$  која је симетрична тачки  $N = (2, 1, 0)$  у односу на праву  $p: \begin{cases} x + 2y - 3z - 2 = 0 \\ x - y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$ .

- 10 1. Ако су  $z_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$  и  $z_2 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ , израчунати  $|z_1^{38} - z_2^{57}|$ .
- 12 2. У зависности од реалног параметра  $a$  дискутовати систем  

$$\begin{matrix} x & + & y & + & z & = & 1 \\ 2x & - & 2y & + & z & = & a-2 \\ 3x & - & y & + & (a-2)z & = & 3 \\ (2a-5)x & - & y & + & 2z & = & 3 \end{matrix}$$
 У случају када је систем одређен решити га матричном методом.
- 0+6 3. Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x \sin 2x} - \sqrt{\cos 2x}}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos 2x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{5x^2}}$
- 10 4. Апроксимирати функцију  $f(x) = (2x^2 + 3x)e^{-x}$  Маклореновим полиномом трећег степена, а затим за  $|x| < \frac{1}{10}$  оценити грешку апроксимације.
- 20 5. Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x-1)}$ .
- 10 6. Дате су тачке  $A(2, -1, -2)$ ,  $B(-1, 2, -1)$  и  $C(2, 1, -3)$ . а) Написати једначину равни која је одређена тачкама  $A, B$  и  $C$ , као и једначину праве  $p$  која садржи тачке  $B$  и  $C$ . б) Израчунати обим и површину троугла  $ABC$ . в) На правој  $p$  наћи тачку  $M$  која на растојању  $\sqrt{61}$  од тачке  $A$ .

Писмени испит из Математике 1

10.09.2014.

1. Одредити комплексне бројеве  $z_1$  и  $z_2$  који задовољавају услов  $z_1 + z_2 = 1 - i$ , ако су им аргументи  $\arg z_1 = \frac{\pi}{6}$  и  $\arg z_2 = -\frac{\pi}{3}$ . Израчунати  $z_1^6$  и  $\sqrt[6]{z_2}$ .
2. У зависности од реалног параметра  $a$  решити систем  

$$\begin{matrix} -x & + & y & + & (a-1)z & - & t & = & 0 \\ (a^3 - a + 1)x & + & y & + & (a+1)z & + & t & = & 0 \\ x & + & 3y & + & z & + & t & = & 0 \\ x & + & y & + & z & + & t & = & 0 \end{matrix}$$
3. Дате су матрице  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$  и  $C = \begin{bmatrix} -3 & 12 \\ 8 & 20 \end{bmatrix}$ . Решити  $(XA + C)(AX + 2AB)^{-1} = A^{-1}$ .
4. Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x \operatorname{tg} x} - \cos 3x}{(1-5 \sin^2 x)^{\frac{2}{3}} - 1}$ .
5. Написати Маклоренов полином четвртог степена за функције  $f(x) = \ln(1+x)$  и  $g(x) = \sqrt[3]{1+x}$ .
6. Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = \ln \left( \frac{2x-3}{x-1} \right)$ .
7. Показати да су праве  $p: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$  и  $q: \begin{cases} 3x+4y+4z = 6 \\ x-4y+12z = 10 \end{cases}$  мимоилазне и одредити њихову заједничку нормалу.

Писмени испит из Математике 1

24.09.2014.

1. У зависности од реалног параметра  $a$  дискутовати систем  

$$\begin{matrix} x & + & y & + & z & = & 1 \\ 2x & + & (a-2)y & + & z & = & 4-a \\ 3x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & y & + & z & = & a^2 - 4a + 4 \end{matrix}$$
 У случају када је систем одређен решити га матричном методом.
2. Решити једначину  $\frac{z^4-1}{z^4+1} = -i$  и решења представити у комплексној равни.
3. Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ .
4. Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 2x)}{(\sqrt[5]{1-6x}-1) \sin x}$  б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^{3x+2}$ .
5. Функцију  $f(x) = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$  апроксимирати Маклореновим полиномом другог степена и за  $|x| \leq \frac{1}{10}$  оценити грешку апроксимације.
6. Одредити тачку  $B$  симетричну тачки  $A(-1, -4, 4)$  у односу на раван  $\alpha: 2x + 5y - 3z - 4 = 0$ .

Писмени испит из Математике 1

19.10.2014.

- 18 1. У зависности од реалног параметра  $a$  решити систем једначина  

$$\begin{matrix} 2x & + & ay & + & z & = & -a \\ x & + & (a-1)y & + & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & -1 \\ -2ax & - & ay & - & az & = & a^2 \end{matrix}$$
- 12 2. Решити једначину  $z^5 = \begin{vmatrix} 2 & 1-i & i \\ -2i & 1 & 1+i \\ 0 & 2i & -1 \end{vmatrix}$  и решења представити у комплексној равни.
- 25 3. Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-4x-5}}$ .
- 10 4. Без примене извода израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 16x)}{x(\sqrt[4]{16-x}-2)}$  и резултат проверити користећи Лопиталово правило.
- 15 5. Решити матричну једначину  $AX^T - 2B = (3X + A)^T$  ако је  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ .
- 16 6. Дате су тачке  $A(-2, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 4)$ ,  $C(-2, 1, 2)$  и  $D(3, 5, -3)$ . а) Одредити једначину равни  $\alpha$  која садржи тачке  $A, B$  и  $C$ . б) Одредити једначину праве  $a$  одређене тачкама  $A$  и  $B$ , као и растојање тачке  $C$  до праве  $a$ . в) Израчунати растојање тачке  $D$  од равни  $\alpha$ .