

1. Одредити област дефинисаности функције $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2}}{(\ln x^2 - 2) \cdot \sqrt[3]{x^2-4}}$. (15)

2. Одредити тригонометријски облик комплексног броја z за који важи $\left| \frac{z-i}{z+2\sqrt{3}-i} \right| = 1, |z \cdot i| = 2, \text{Im } \bar{z} < 0$. Израчунати $\sqrt[3]{i}$. (15)

3. Решити матричну једначину $3A + 4XA + XB = 7X + (CX^{-1})^{-1} \cdot A$.
 $x + (1-a)y - z = -1$ (15)

4. Дискутовати и решити систем једначина $-x + y - (1-a)z = 0, a \in R$. За $a = 1$ систем решити матричним методом.
 $(1-a)x + y + z = a$

5. Наћи граничну вредност низа $a_n = \frac{3 + \cos n}{n^2} + \frac{3n^3 - 100}{27 + n - 4n^3}$. (15)

Други колоквијум из Математике 1

29. 01. 2016.

1. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-3x+2}}$.

2. Израчунати: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 5x)}{\sqrt[4]{1-5\sin^2 x} - e^{3x^2}}$ б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\text{tg} x}$.

3. Функцију $f(x) = 2x^2 + \sqrt[5]{1-x} + 3$ апроксимирати Маклореновим полиномом трећег степена и за $|x| \leq \frac{1}{10}$ проценити грешку апроксимације.

4. Одредити домен и асимптоте функције $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x-2}$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 Б

12.2. 2016.

JAKUP

1. Одредити област дефинисаности функције $f(x) = \arccos \frac{x^2 - 10x + 4}{x^2 + 4}$.

2. Решити матричну једначину $5B = 3X^{-1} + (X \cdot A)^{-1}$.

$$bx - 3y + 3z = 1$$

3. Дискутовати и решити систем једначина $x - y + (b-2)z = b-1, b \in R$. За $b = 1$ систем решити матричним методом.

$$-x + (b-2)y - z = -2$$

4. Наћи граничну вредност низа $b_n = \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{\frac{n}{4}} - \left(\frac{34 + 5n - 3n^2}{100 + 4n^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^n}\right)$.

5. Одредити домен, нуле, знак и асимптоте функције $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x^2-2}{3x(x-2)}}$.

6. Израчунати $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{4-x} - e^{x-3}}{\ln(x-2)}$ и $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{e^{3x}-1}\right)$.

7. Дата је функција $f(x) = \ln(3-x) + 5x$.

(а) Испитати дату функцију и нацртати њен график.

(б) Функцију апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $a = 2$ и за

$$|x-2| \leq \frac{1}{10} \text{ проценити грешку апроксимације.}$$

Писмени испит из Математике 1

26.2.2016. ФЕБ.

- а) Одредити домен функције $f(x) = \log_3(\sqrt{x+2} - x) + \sqrt{x^2 - 1}$.
 б) Решити једначину у скупу комплексних бројева $(2+5i)z^5 - 2i + 5 = 0$ и решења представити у комплексној равни.

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 1 \\ x + 2y - z &= m - 3 \\ (m+4)x + 3y + 2z &= 1 \\ 2x + 4y + (m-3)z &= m - 2 \end{aligned}$$
 у зависности од $m \in \mathbb{R}$.
- Дискутовати и решити систем једначина
- Ако је $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ -2 & 10 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ решити матричну једначину $X^T A^T - 3X^T = B$.
- Одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако је $a_n = \frac{5}{\sqrt[3]{n}} \cos \frac{3n}{5} + \frac{3^n + (-5)^n}{(-3)^{n+1} + 5^{n+1}}$.
- Испитати функцију и скицирати њен график ако је $f(x) = (2x+1)e^{-\frac{x}{2}}$.
- Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2\frac{\ln x}{x}} - \frac{\sin 2x}{x} - \ln(e - 2ex^2)}{x^2}$.
- Дата је функција $y = x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$. а) Одредити домен, знак и асимптоте функције.
 б) Функцију апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x_0 = 2$ и за $|x-2| \leq \frac{1}{10}$ оценити грешку апроксимације.

Писмени испит из Математике 1

14.6.2016. ЈУН

- а) Израчунати $\frac{(-1+i\sqrt{3})^{13}}{(1-i)^{10}} - \frac{(-1-i\sqrt{3})^{13}}{(1+i)^{10}}$.
 б) Формално решити матричну једначину $AXB^{-1} - 3A = A^T XB^{-1}$ за $A, B \in M_3$.

$$\begin{aligned} 2mx - 2y + (m+1)z &= 2 - m \\ (m-3)x - 4y + 2mz &= 2 - m \\ mx - y + mz &= 1 - m \end{aligned}$$
 у зависности од $m \in \mathbb{R}$.
- Дискутовати и решити систем једначина
- Одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако је $a_n = \frac{\cos^2(2n+1) \sin(n^2 - n + 1)}{\sqrt[3]{n}} + \sqrt[3]{2n+1}$.
- Испитати функцију и скицирати њен график ако је $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x-1}}$.
- Израчунати а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 5x + 2} - \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^4 - \cos(2x)}{x^6}$.
- Дата је функција $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. Одредити домен дате функције и апроксимирати је Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $x_0 = 2\sqrt{2}$ и за $|x - 2\sqrt{2}| \leq \frac{1}{10}$ оценити грешку апроксимације.

Писмени испит из Математике 1

5.7.2016. ЈУЛ

- а) Ако је z решење једначине $-8z - 4i = \sqrt{3}(1+i)^4$ израчунати z^{2016} .
 б) Решити матричну једначину $AX = BA$ ако је $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 5 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

$$\begin{aligned} x - 2y + 2z - t &= -1 \\ 2x - 6y + 5z - 7t &= -8 \\ 3x - 4y + 5z + 2t &= 3 \\ -x + 4y - 3z + mt &= m + 1 \end{aligned}$$
 у зависности од $m \in \mathbb{R}$.
- Дискутовати и решити систем једначина
- Испитати функцију и скицирати њен график ако је $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} - x$.
- Одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако је $a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n}} + \sqrt[3]{3n+2} + \left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)^n$.
- Израчунати а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\sqrt{2} \cos x - 1}}$.
- Дата је функција $f(x) = \frac{x+2}{x^2+1} + \operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{2}$. Одредити домен дате функције, једначину тангенте у тачки $x_0 = 1$ и апроксимирати је Мајклореновим полиномом трећег степена.

1 У комплексној равни представити све комплексне бројеве z за које важи $|z+i|=1$, а ако је z_1 један такав број чији је реални део 1, одредити $\sqrt[3]{z_1}$ и z_1^4 .

2 У зависности од реалног параметра a одредити ранг матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & a+3 & 2 & 3 \\ 3 & -5 & -1 & 2 \\ a+4 & -10 & -3 & 1 \\ 4 & -6 & -1 & a+3 \end{bmatrix}$

$$x + 2y + 3z = 6$$

3 Применом Крамеровог правила решити систем $3x + (b-1)y + (b+2)z = b+11$, $b \in \mathbb{R}$.

$$2bx + 3y + 7z = 8b+3$$

4 Израчунати (A) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left[\frac{2x}{x^3+8} \right]^{7/\ln x^2}$; (B) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$; (C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sqrt[3]{8 \cos x} - 1)}{9x^2}$

5 Испитати функцију $f(x) = 4 \ln(\ln x) - \frac{3}{2} \ln^2 x$ и нацртати њен график.

Писмени испит из Математике I

13.9.2016. СЕПТЕМБАР.

1. Ако је $\operatorname{arg}(z_1) = \frac{2\pi}{3}$ и $\operatorname{arg}(z_2) = -\frac{\pi}{6}$ и $z_2 - z_1 = (\sqrt{3}+1)(1-i)$, одредити комплексне бројеве z_1 и z_2 , па израчунати $\sqrt{z_2}$ и z_1^3 .

2. Решити систем једначина $\begin{matrix} x + y + 4z - t = 0 \\ 4x + 3y + (a-1)z - 4t = 0 \\ 2x + y + z + (a-1)t = 0 \\ 3x + 2y + 5z + t = 0 \end{matrix}$ у зависности од $a \in \mathbb{R}$.

3. За $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 28 & -9 & 27 \\ 40 & -11 & 3 \\ -7 & 3 & -15 \end{bmatrix}$ решити једначину $XA = AB^T$.

4. Функцију $f(x) = \operatorname{arccot} \frac{1}{x-3}$ апроксимирати Тејлоровим полиномом трећег степена у околини тачке $a = 2$.

5. Израчунати а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\left[\frac{\ln x + 3}{\ln x - 2} \right]^{\ln x}}$ па резултате проверити Лопиталовим правилом.

6. Испитати функцију $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$ и нацртати њен график.