

- Одредити област дефинисаности функције  $f(x) = \sqrt{9-x^2} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{(x-2)(\ln x^2-1)}$ .
- Решити једначину  $4\left(\frac{z^2}{1-i}\right)^2 = 1 + \sqrt{3}i$  где је  $z$  комплексан број.  

$$x + y + (a-1)z = 2 - a$$
- У зависности од параметра  $a \in \mathbb{R}$  решити систем једначина  $(a-1)x - y + z = -1$   

$$x - (a-1)y - z = 0.$$
- Решити матричну једначину  $3XA + (B + X^T)^T = 7X + (B \cdot X^{-1})^{-1}$ , за  $A, B \in M_3$  и ако све потребне матрице имају инверз.
- Дата је матрица  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a+2 & 3a+6 & 4a+6 \\ a & 3a & 5a-3 \end{bmatrix}$ .  
 1) За  $a = 1$  одредити  $A^{-1}$ .  
 2) У зависности од параметра  $a$  одредити ранг матрице  $A$ .

Други колоквијум из Математике 1, Б 14. јануар 2017. године

- Одредити граничне вредности низова  
 (1)  $a_n = \sqrt{4n^2 - 2} - \sqrt{4n^2 + 7n - 5}$ ; (2)  $b_n = \left(3 - \frac{1-2n^2}{99n+3+7n^2}\right) + \frac{1}{(3+n^2)(4+\cos(3n^2))}$ .
- Израчунати (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} [\sin^2 x]^{5x}$ ; (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[7]{\cos^2 3x} - \sqrt[5]{1-x\sin 2x}}{1 - e^{\operatorname{tg}^2 4x}}$ ; (3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{4-2x}{7x-5}\right]^{1/5(x-1)}$ .
- Одредити домен, нуле и асимптоте функције  $f(x) = \ln\left(\frac{-x}{\sqrt{x^2-2x-3}}\right)$ .
- Испитати функцију  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-2}{x-3} + x$  и нацртати њен график.

1. [6] Одредити област дефинисаности функције  $f(x) = \log_2(x^2 + 3x - 4) + \arctg \frac{2}{\sqrt{x+6}}$ .
2. [10] Решити једначину  $z^3 = \left(\frac{8(1+i)}{\sqrt{2}}\right)^2$  и решења представити у комплексној равни.  
 $x - y + z = 1$
3. [20] Дискутовати и решити систем једначина  $x + (m^2 - 2m)y + mz = -1$  у зависности од  $m \in \mathbb{R}$ .  
 $2x + (m - 3)y + (m^2 - 2m + 3)z = 4$
4. [7 + 7] Дате су матрице  $A = \begin{bmatrix} a+1 & 3 & 2 \\ 1 & a-1 & 1 \\ a & 2a-2 & a \end{bmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  и  $B = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 9 \\ 18 & -9 & 0 \end{bmatrix}$ . а) У зависности од  $a \in \mathbb{R}$  одредити ранг матрице А. б) За  $a = 2$  решити матричну једначину  $AX = B^T - X$ .
5. [9] Одредити  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  ако је  $a_n = \left(\frac{2n-2}{2n+1}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{\sin \frac{2n}{3}}{\sqrt[3]{n}} + \frac{2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n}{4 \cdot (-2)^n + 5 \cdot 3^n}$ .
6. [18] Испитати и скицирати график функције  $f(x) = (x+2)e^{\frac{1}{x}}$ .
7. [8 + 8] Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x\right)^{\frac{1}{x}}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos 2x} - e^{3x^2}}{\ln(1 - 2\operatorname{tg}^2 x)}$ .
8. [7] Дата је функција  $f(x) = \frac{3x-4}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ . Одредити домен дате функције и апроксимирати је Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $x_0 = 3$ .

1. Одредити домен функције  $f(x) = \sqrt{e^{2x+3} - 1} + \sin((x+5)^{-1})$ .
2. Решити једначину  $z^5 = w$ , при чему је  $w - \bar{w} = 2i$ ,  $|w - 1| = \sqrt{2}$  и  $|w - 2 - i| = 2$ .
3. У зависности од реалног параметра  $a$  решити систем  $x - 2y + z = a - 1$   
 $-x + 3y - z = 2$   
 $x + y + (a - 1)z = 0$ .
4. Решити једначину  $A + B(X^T)^{-1} = I + A(X^T)^{-1}$  за  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ .
5. Израчунати  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\arctg(n^4)+3}{n^4+51} + \frac{1}{\sqrt{3n^2+2n-\sqrt{7n+3n^2}}}\right)$ .
6. Израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg}(3x))^{x \operatorname{tg}(4x)}$  и  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{5/x^3} - x}{\ln(x^2-7) - \ln(x^2)}$ .
7. Испитати функцију  $f(x) = \frac{4+x}{\sqrt{x^2+8}}$ .
8. Одредити домен функције  $f(x) = \arccos(\ln(x))$  и одговарајући Тејлоров полином за  $a = 1$  и  $n = 2$ .

1. [12] Решити једначину  $z^3 = \begin{vmatrix} 2i+3 & 2i & i+1 \\ 2i-2 & i & i-1 \\ 2i+5 & 2i & i+2 \end{vmatrix}$  и решења представити у комплексној равни.
2. [18] Дискутовати и решити систем једначина 
$$\begin{aligned} mx + 2y + z &= -m \\ (m-1)x + y + z &= 1 \\ x + 2y + z &= -1 \\ -mx - 2my - mz &= m^2 \end{aligned}$$
 у зависности од  $m \in \mathbb{R}$ .
3. [12] Решити матричну једначину  $(AX)^{-1} + X^{-1} = B$  ако су дате матрице  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ .
4. [25] Испитати ток и скицирати график функције  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3+2}}{2x}$ .
5. [10 + 10] Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1+x \operatorname{tg} x} - e^{\cos x}}{\ln^2(1 + \sin(2x))}$  б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt[2017]{x^{2017} + x^{2016}} - x) \ln\left(\frac{x+2017}{x}\right)$ .
6. [13] Дата је функција  $f(x) = \ln(25 - x^2) + \operatorname{arctg} \frac{3}{x}$ . Одредити домен дате функције и апроксимирати је Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $x_0 = 4$ .

1. [10] Одредити шта геометријски представља решење једначине  $z\bar{z} + (3+2i)z + (3-2i)\bar{z} = 0$ .
2. [20] Дискутовати и решити систем једначина 
$$\begin{aligned} mx + y + z &= 1 \\ x + my + z &= m-1 \\ x + y + mz &= (m-1)^2 \end{aligned}$$
 у зависности од  $m \in \mathbb{R}$ .
3. [12] Решити матричну једначину  $AX^{-1}B - C = AX^{-1}$  ако су дате матрице  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  и
- $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .
4. [25] Дата је функција  $f(x) = x + \frac{e^x}{2(e^x - 1)}$ . Испитати је и скицирати њен график.
5. [10 + 10] Израчунати: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(4x))^{\frac{6}{x \sin(3x)}}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[5]{15x+2} - 2}{\sqrt[4]{40x+1} - 3}$ .
6. [13] Дата је функција  $f(x) = \ln(\cos x)$ . Одредити домен дате функције и апроксимирати је Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $x_0 = \frac{\pi}{4}$  и оценити грешку за  $x \in [\frac{\pi}{4} - \frac{1}{10}, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{10}]$ .

Писмени испит из Математике 1

АВГ.

29. август 2017. године

1. [5+5] (А) Графички представити комплексне бројеве  $z$  за које важи  $\pi/2 \leq \arg(z) \leq 3\pi/4$  и  $|z+1| \leq 1$ .  
 (Б) Одредити  $\sqrt[4]{i^2}$ .

2. [20] Дискутовати и решити систем 
$$\begin{cases} mx + y + 2z = -m \\ -mx - my - 2mz = -m^2 \\ x + y + 2z = -1 \end{cases}, m \in R.$$
  

$$(m-1)x + y - z = 1$$

3. [10] Решити једначину  $3X + (CX^T)^T = (AX^T + 9 \cdot B)^T$ , ако су  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  и  $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ .

4. [12] Наћи  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , ако је  $a_n = \frac{7 + \arctg(n+4)}{2^n} + \left(\frac{n}{n+1}\right)^{4(n+1)} + \frac{3n^3+2}{\sqrt{n^6+7n+2}}$ .

5. [25] Испитати функцију  $f(x) = \frac{\ln(x^2)+2}{x(\ln(x)-1)}$  и нацртати њен график.

6. [3+2+10] Дата је функција  $g(x) = \sqrt{\frac{x^3+2x^2}{x-1}}$ . (А) Одредити домен функције  $g(x)$ . (Б) Функцију  $g(x)$  развити у Тејлоров полином другог степена у околини тачке  $a = 2$ . (В) Наћи  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - x)$ .

Писмени испит из Математике 1

СЕПТЕМБАР

12. септембар 2017. године

1. [13] Ако је  $w = \begin{vmatrix} 0 & 2i & -1 \\ -i & 1 & 1+i \\ -1 & i & -1-i \end{vmatrix}$ , наћи  $z = \sqrt[3]{w}$  и то графички представити.

2. [7] Одредити домен функције  $h(x) = \arcsin(x^2 + 3x + 1)$ .

3. [30] Дискутовати и решити систем линеарних једначина

$$\begin{cases} ax + 3y + z = a + 1 \\ 2x + ay + (a+1)z = 3 \\ x + y + z = 1 \\ -x + 2y - az = a - 3 \end{cases}, a \in R, \text{ тако да у случају када је одређен треба користити матричну методу.}$$

4. [20+10] Дата је функција  $f(x) = \frac{e^x}{2+x}$ . (А) Испитати  $f(x)$  и нацртати њен график. (Б) Наћи  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \ln(f(x))$ .

5. [2+8+10] Дата је функција  $g(x) = \ln(\arcsin x)$ . (А) Одредити домен функције  $g(x)$ . (Б) Функцију  $g(x)$  развити у Маклоренов полином другог степена. (В) Наћи  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ .