

Pismeni ispit iz Matematike 1, 14. jul 2020.

1. [5] Ako je $\arg(z_1) = \frac{2\pi}{3}$, $\arg(z_2) = \frac{\pi}{6}$,
 $2(z_1 + z_2) = (\sqrt{3} - 1) + i(1 + \sqrt{3})$, odrediti z_1 i z_2 .
2. [8] Rešiti jednačinu $A + B \cdot (X^T)^{-1} = E + A \cdot (X^T)^{-1}$,
pod pretpostavkom da postoje potrebne inverzne matrice.
3. [17] U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati
i rešiti sistem
$$\begin{array}{rclcrcl}(a-1)x & -y & +z & = & a \\ -x & +(a-1)y & -z & = & -2, \\ 3x & -3y & +(a+1)z & = & 1.\end{array}$$
4. [5+15] Izračunati
 - 4.1 [5] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\arctg(n^2 + 5)}{4^n + 100} + (\sqrt{n^2 - 5} - \sqrt{n^2 - 7n - 10}) \right]$;
 - 4.2. [10+5] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\tg(\frac{\pi}{4} + x))}{\sin(5x)}$ bez korišćenja Lopitalovog pravila, pa rezultat proveriti Lopitalovim pravilom.
5. Date su funkcije $g(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-4}}$ i $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$.
 - 5.1 [18] Odrediti domen i asimptote funkcije $g(x)$.
 - 5.2 [7] Funkciju $h(x)$ aproksimirati Tejlorovim polinomom drugog stepena u okolini tačke $a = \frac{5}{4}$.
6. [25] Ispitati funkciju $f(x) = 2x - \frac{e^x}{1-e^x}$ i nacrtati njen grafik.