

Писмени испит из Математике 1

10. септембар 2021. године

1 [8] Одредити домен функције $h(x) = \ln \left(1 - \frac{1 - \sqrt{1 - 9x^2}}{x} \right)$.

2 а)[12] Одредити сва решења једначине

$$\begin{vmatrix} z + 1 + i & z - 3i & 2i \\ z + 1 + i & -1 + 2i & 1 - i \\ 0 & -2z - 2i & z + i \end{vmatrix} = z + 1 + i.$$

б)[5] Ако је w збир свих решења претходне једначине, израчунати растојање броја $(4 + w)^7$ од координатног почетка.

3 [10] Дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned} x - y + z &= 1 \\ x + (m^2 - 1)y + (1 - m)z &= -1 \\ 2x - (m + 2)y + (m^2 + 2)z &= 4 \end{aligned}$$

4 а)[5] За које a , матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & a - 3 & 7 & 10 \\ -2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & a - 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ има инверз?

б)[9] У зависности од реалног параметра b одредити ранг матрице

$$B = \begin{bmatrix} -b & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & b + 2 & 2 \\ 7 & 7 & 7 & 5 \\ 3 & b & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

в)[10] Наћи инверз матрице $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

5 Израчунати:

а)[7] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - x \cos 3x \cdot \cos 5x}{\operatorname{tg}^3 x} \right)$,

б)[7] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\ln x}$,

в)[7] $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

6 [20] Испитати функцију $f(x) = (x^3 - x^2) e^x$ и скицирати график $y = f(x)$.