

Писмени испит из Математике 1

5. фебруар 2021. године

1 [8] Решити једначину $z^4 = \left(\frac{2}{1-i\sqrt{3}}\right)^{2021}$ и нацртати решења;

2 [15] У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ решити систем једначина

$$\begin{aligned} ax + y + z &= 3 \\ x + ay + z &= 2 \\ x + y + z &= 1. \end{aligned}$$

3 [8] Одредити ранг матрице $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & a-1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ у зависности од реалног параметра a .

4 [8] Решити матричну једначину $(AX + 3X)^{-1} = ((X^{-1}C^{-1}B^{-1})^{-1} + 2E)^{-1}$.

5 [26] Израчунати следеће лимесе:

(1) [10] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} - 1}{\ln(\cos x)}$

(2) [5] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+\sqrt{x-x^2}} - 1}{x}$

(3) [5] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x^3}$

(4) [6] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+2}{2n+5}\right)^{3n} + \frac{\sin(n!)}{\sqrt[3]{n}}.$

6 [30] Дата је функција $f(x) = \frac{x-1}{e^{x-1}}$.

(1) [20] Испитати функцију $f(x)$ и скицирати график $y = f(x)$.

(2) [10] Апроксимирати функцију $f(x)$ Маклореновим полином другог степена и за $|x| < 1/10$ проценити грешку.

7 [5] Скициран је график првог извода функције $f(x)$. Оредити тачке у којима функција $f(x)$ има локални максимум и тачке у којима функција $f(x)$ има локални минимум.

