

Писмени испит из Математике 1

25. јун 2021. године

1 [6] Одредити домен функције $h(x) = \ln(x - 2 - \sqrt{2x - x^2 + 4})$.

2 [6+6] Не користећи Њутнову биномну формулу, израчунати $w_0 = \left(\frac{2}{i-\sqrt{3}}\right)^{2022}$, а затим решити једначину $z^4 = w_0^2$ и решења записати у алгебарском облику.

3 [6] Дат је систем
$$\begin{cases} x + y + z + t = a + 6 \\ a(a^2 - 4)y = 0 \\ a(a - 2)z = a \\ (a + 1)t = a^2 + a. \end{cases}$$

(1) Одредити све вредности параметра a за које је систем немогућ,

(2) Одредити све вредности параметра a за које је систем неодређен.

4 [21] Израчунати лимесе:

(1) [7] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(e^{\sqrt[20]{1 + \operatorname{tg}^2(x\pi)}} - e)}{x^4}$.

(2) [7] $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^{x - \sqrt{x^2 - 1}} - 1)$.

(3) [7] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \sin x^2}{x^4}$.

5 [9+9] Одредити домен, знак и асимптоте функција $h_1(x) = \frac{x^2 - x}{|x| - 1}$ и $h_2(x) = \sqrt{x^2 - |x|} + x$.

6 (1) [22] Испитати функцију $f(x) = \frac{x}{1 + \ln x}$.

(2) [10] Апроксимирати функцију $f(x)$ Тејлоровим полином другог степена у околини тачке $a = 1$ и за $|x - 1| < 1/10$ проценити грешку.

7 [5] Скициран је график функције $g(x)$. Решити $g(x) \geq 0$.

