

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

24. септембар 2021. године

1 [9] Одредити домен функције $h(x) = \sqrt{|x^2 + 4x| - 1 + 2x}$.

2 [12] За комплексне бројеве w , w_1 и w_2 важи $w = \frac{3}{2}w_1 + \frac{3\sqrt{3}}{2}w_2$, $w_1 = iw_2$, $|w_1| = \frac{3}{|w_2|}$ и $\arg(w_1) = 2\arg(w_2)$. Наћи сва решења једначине $z^4 = w^2$.

3 [10] Дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned}x - y + z &= 1 \\2x + (m^2 - 2)y - mz &= 0 \\2x - (m + 2)y + (m^2 + 2)z &= 4 \\3x - (m + 3)y + (m^2 + 1)z &= 5\end{aligned}$$

4 [10] Решити једначину $X^T A + X^T = B$ за $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 8 \\ 4 & 4 & 4 \\ 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$.

5 Израчунати:

а) [5] $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 2n^2} - n \right),$

б) [5] $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}},$

в) [5] $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}.$

6 Одредити домен и асимптоте функција:

а) [8] $f_1(x) = |x + 4| \sqrt{\frac{x - 1}{x}},$

б) [8] $f_2(x) = x \operatorname{arctg} \frac{1}{x},$

в) [8] $f_3(x) = e^{\frac{1}{x^2(x-1)}}.$

7 [20] Испитати функцију $g(x) = x - 2 \operatorname{arctg} \frac{x - 1}{x + 1}$ и скицирати график $y = g(x)$.