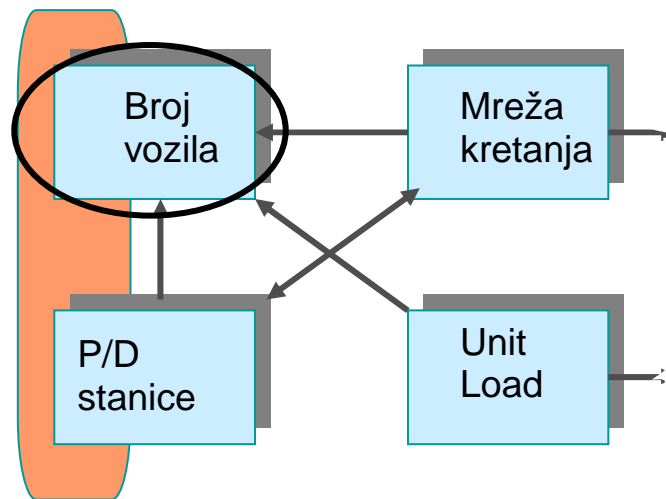


ODREĐIVANJE BROJA VOZILA

FAKTORI KOJI UTIČU NA POTREBAN BROJ VOZILA

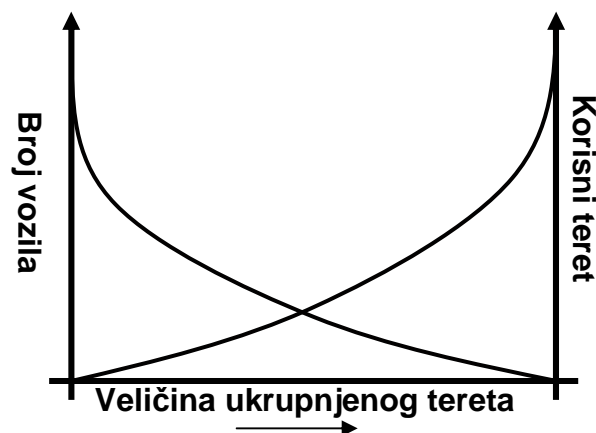


- Jedan od najznačajnijih faktora koji utiču na funkcionisanje sistema za rukovanje robom je broj vozila koji se nalaze u sistemu.
- Definisane potrebnog broja vozila za efikasno funkcionisanje sistema u značajnoj meri je uslovljeno veličinom ukupnjelog tereta, mrežom kretanja i P/D (pickup/delivery) stanicama.

Veličina ukupnjelog tereta

Roba namenjena transportu se na za to definisanim lokacijama deli u odgovarajuće transportne jedinice (ukupnjelog teret), a to ima dvostruko dejstvo:

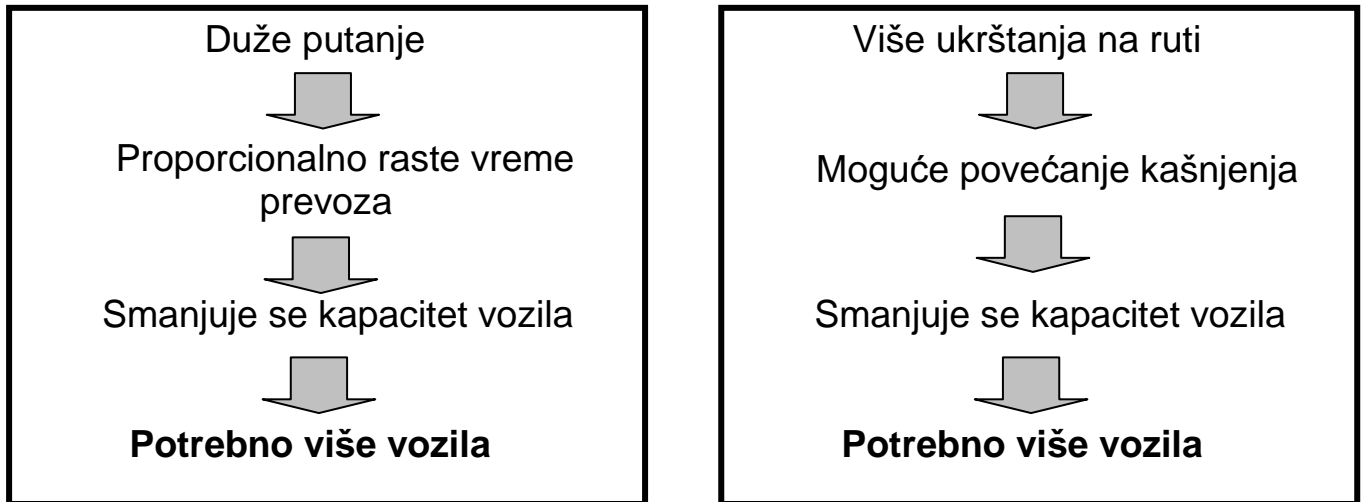
- na osnovu veličine i vrste tereta koji se transportuje se bira tip vozila, tj. što je veći teret biće potrebno skuplje vozilo
- sa druge strane, što je veći teret manje je jedinično vreme transporta, tj. potreban je manji broj vozila¹ za realizaciju transporta



¹ Važi i suprotno, što je manja veličina ukupnjelog tereta to je potrebno više vozila.

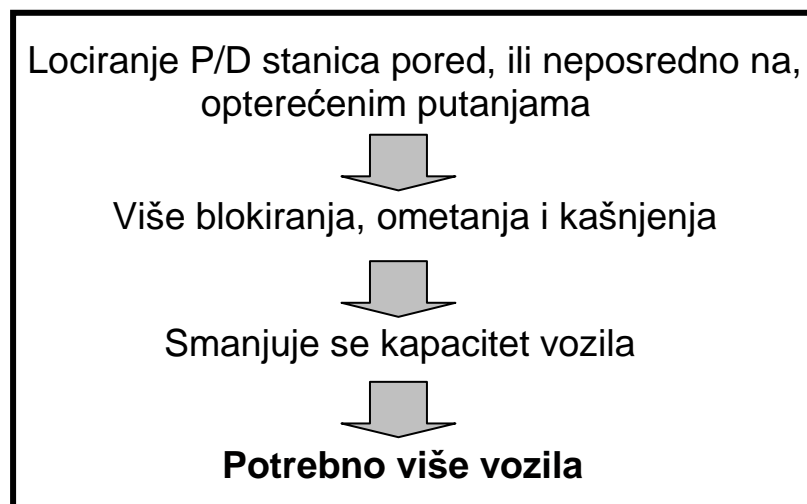
Mreža kretanja

Mreža kretanja se sastoji od **putanja**, po kojima se vrši neometano kretanje vozila, i **tačaka** u kojima dolazi do ukrštanja tih putanja. Oba elementa mreže imaju direktan uticaj na vreme koje je vozilu potrebno da izvrši zadatak, tj. da preveze teret od polazne do određene lokacije.



Lokacije P/D stanica

Posledice neadekvatne lokacije P/D stanice na određenoj putanji se ogledaju pre svega u blokiranju, ometanju i vremenskom kašnjenju vozila koja se kreću tom putanjom.



Lociranje P/D stanica dalje od putanja rezultira manjim brojem potrebnih vozila.

OSNOVNA FORMULA

$$BROJ VOZILA = \frac{VREME POTREBNO JEDNOM VOZILU DA IZVRŠI ZADATAK}{VREME ZA KOJE JE POTREBNO IZVRŠITI ZADATAK}$$

U toku izvršavanja zadatka vozilo se može naći u sledećim stanjima:

- ◆ **slobodno**, u kretanju ili mirovanju
- ◆ **prazna kretnja** ka stanici gde će se izvršiti utovar
- ◆ **utovar** ukрупnjenog tereta
- ◆ **puna kretnja** ka stanici gde će se teret istovariti
- ◆ **istovar** ukрупnjenog tereta
- ◆ **blokada** dok je na zadatku
- ◆ **punjenje** baterija.

Vreme potrebno vozilu za izvršenje zadatka je jednako proizvodu broja jedinica ukрупnjenog tereta i trajanja jednog ciklusa vozila, a trajanje jednog ciklusa vozila se dobija kao zbir vremena svih stanja u kojima se vozilo nalazilo u toku transporta jedne jedinice ukрупnjenog tereta.

Vreme koje vozilo provede u pojedinim stanjima se, za neka stanja, računa, a za druga se procenjuje. Za stanja **utovar**, **puna kretnja** i **istovar** je potrebno izračunati vreme, dok se za ostala stanja ono procenjuje.

Proračun vremena, koje vozilo provede u stanjima utovar, puna kretnja i istovar se vrši pomoću **matrice kretanja od-do** i **matrice rastojanja** između prijemnih i otpremnih stanica.

MATRICA KRETANJA OD-DO

	1	2	3	...	j	...
1	-	f_{12}	f_{13}	...	f_{1j}	
2	f_{21}	-	f_{23}	...	f_{2j}	
3	f_{31}	f_{32}	-	...	f_{3j}	
...	
i	f_{i1}	f_{i2}	f_{i3}	...	f_{ij}	
...						

MATRICA RASTOJANJA

	1	2	3	...	j	...
1	-	d_{12}	d_{13}	...	d_{1j}	
2	d_{21}	-	d_{23}	...	d_{2j}	
3	d_{31}	d_{32}	-	...	d_{3j}	
...	
i	d_{i1}	d_{i2}	d_{i3}	...	d_{ij}	
...						

Od prijemne stanice i do
otpremne stanice j

Ako uvedemo oznake:

t_L - vreme utovara

t_U – vreme istovara

V – brzina kretanja vozila

T – planirano vreme

Tada je:

$\sum_i \sum_j f_{ij}$ -ukupan broj operacija utovara, prevoza i istovara

$t_L \cdot \sum_i \sum_j f_{ij}$ - ukupno vreme provedeno u otpremnim stanicama na utovaru (T_L)

$t_U \cdot \sum_i \sum_j f_{ij}$ - ukupno vreme provedeno u prijemnim stanicama na istovaru (T_U)

$\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij}$ - ukupna dužina punih kretnji vozila

$\sum_i \sum_j (f_{ij} d_{ij}) / V$ - ukupno vreme punih kretnji (T_{LT})

Procena vremena koje vozilo provede u stanjima **slobodno, prazna kretnja, punjenje i blokada** se vrši na osnovu karakteristika vozila i sistema. U tom smislu procena vremena koje će vozilo provesti u stanjima **slobodno, prazna kretnja i blokada** najviše zavisi od načina kontrole, dinamike i pravila koja se primenjuju u sistemu, a u stanju **punjenje** najviše zavisi od vrste baterija koje se nalaze na vozilu, načina punjenja i vrste zadatka na kojoj je vozilo angažovano.

U prostim metodama određivanja broja vozila, za procenu vremena koje vozilo provede u gore navedenim stanjima koriste se vrednosti sledećih parametra:

e – iskorišćenost vozila

b – procenat vremena u kome je vozilo blokirano

c – procenat vremena koje vozilo provede kao slobodno

t_b – vreme koje vozilo provede na punjenju

$\varphi(T_{LT})$ – vreme koje vozilo provede u praznoj kretnji kao finkcija vremena koje vozilo provede u punoj kretnji

PROST JEDNODIMENZIONALAN METOD

U ovu kategoriju metoda spadaju metode koje imaju sledeće karakteristike:

- ♦ pojednostavljena procena tokova vozila pri praznoj kretnji-**prost metod**, i
- ♦ koriste se unapred definisana veličina ukрупnjenog tereta i mreža kretanja, bez osvrta na optimizaciju čitavog sistema-**jednodimenzionalan metod**.

Metod 1

Ovaj metod podrazumeva da je vreme prazne kretnje funkcija pune kretnje vozila.

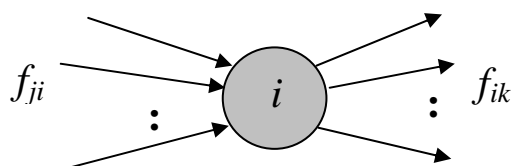
U tom slučaju se potreban broj vozila dobija prema sledećoj formuli:

$$N = \frac{(\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij}) / V + \varphi(T_{LT}) + \sum_i \sum_j f_{ij} (t_L + t_U)}{e(T - t_b) / (1 + b + c)}$$

Metod 2

U ovom slučaju se procena prazne kretnje vozila zasniva na mrežnom protoku.

Neka u stanicu i pristiže tok vozila f_{ji} iz stanice j , a neka se iz nje otprema tok f_{ik} ka stanici k .



Mrežni protok stanice i (NF_i) se računa kao

$$NF_i = \sum_j f_{ji} - \sum_k f_{ik}$$

i kada je:

$NF_i > 0$ - u stanicu je više vozila ušlo nego što je iz nje izašlo, pa se javlja višak praznih vozila

$NF_i < 0$ - u stanicu je ušlo manje vozila nego što je iz nje izašlo, pa se javlja potreba za praznim vozilima

$NF_i = 0$ - stanica se nalazi u stanju ravnoteže.

Rastojanje koje se pređe praznim kretnjama između različitih stanica²:

$$ET_1 = \left[\left(\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij} \right) / \left(\sum_i \sum_j f_{ij} \right) \right] \sum_{\forall i | NF_i > 0} NF_i$$

Rastojanje koje se pređe praznim kretnjama unutar iste stanice:



$$ET_2 = \sum_i \left[\min \left(\sum_j f_{ji}, \sum_k f_{ik} \right) d_{ii}^{dp} \right]$$

Sada je potreban broj vozila:

$$N = \frac{\left(\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij} \right) + ET_1 + ET_2}{V} + \sum_i \sum_j f_{ij} (t_L + t_U) / \frac{e(T - t_b)}{(1 + b + c)}$$

Metod 3

Procena prazne kretnje vozila se zasniva na korišćenju transportnog modela.

Procena minimalnog ET

$$ET = \sum_i \sum_j x_{ij} d_{ij}^{dp}$$

Broj vozila koji se kreće od otpremne stanice i do prijemne stanice j

$$\sum_j x_{ij} = NF_i \quad \forall i | NF_i > 0$$

$$\sum_k x_{ki} = -NF_i \quad \forall i | NF_i < 0$$

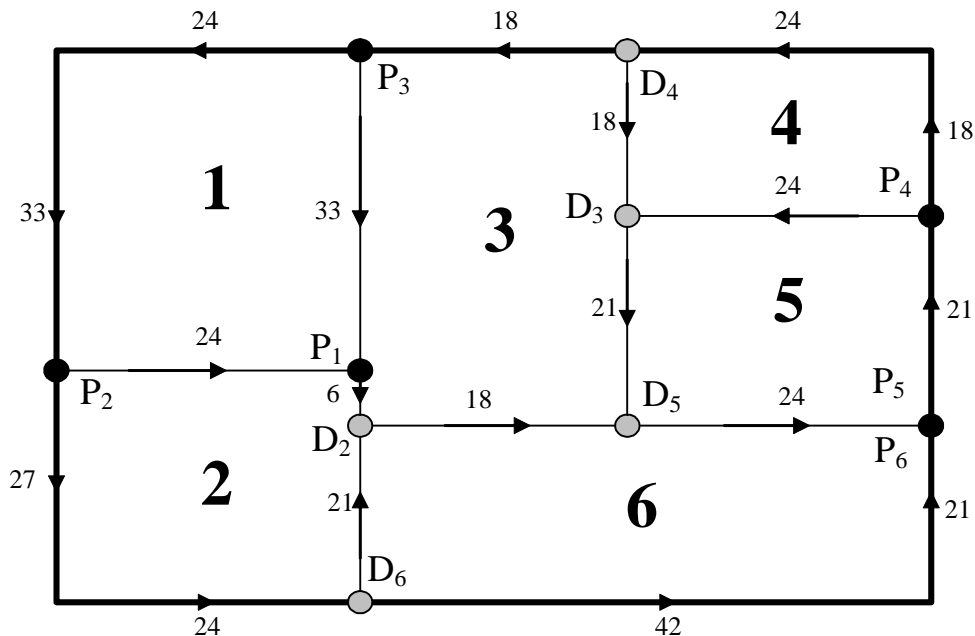
$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, \forall j$$

Potreban broj vozila je:

² pod pretpostavkom da su prosečna rastojanja koja se prelaze u punoj i praznoj kretnji jednaka

$$N = \frac{((\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij}) + ET)/V + \sum_i \sum_j f_{ij} (t_L + t_U)}{e(T - t_b)/(1 + b + c)}$$

PRIMER



Za mrežu kretanja vozila prikazanu na slici odrediti potreban broj vozila, ako su poznati sledeći podaci:

- ◆ nosivost vozila je 2500N
- ◆ težina opreme za ukupnjavanje je 50N
- ◆ zapreminski kapacitet opreme za ukupnjavanje je 8200cm³
- ◆ brzina kretanja vozila je 0,75m/s
- ◆ vreme utovara i istovara jednog vozila je po 30s
- ◆ prosečni interval između nailaska zahteva je 24min
- ◆ vremenski period je 8h
- ◆ vreme punjenja baterija u toku vremenskog perioda je 30min i

Vrsta zahteva	Verovatnoća pojave zahteva	Tok procesa	Broj stavki u zahtevu	Težina stavke (N)	Zapremina stavke (cm ³)
1	0.3	2-6-5-3	40	500	1300
2	0.4	3-6-4-5	50	400	1600
3	0.2	1-2-5-4	40	550	1100
4	0.1	1-3-2-5-4	40	350	2000

REŠENJE

Vrsta zahteva	Broj stavki u ukupnjemom teretu (težina)	Broj stavki u ukupnjemom teretu (zapremina)	Broj stavki u ukupnjemom teretu	Broj ukupljenih tereta za prevoz
1	4	6	4	10
2	6	5	5	10
3	4	7	4	10
4	7	4	4	10

Na osnovu prikazane mreže se dobija matrica rastojanja,

d_{ij}	1	2	3	4	5	6
1	-	6	93	111	24	237
2	-	-	117	135	48	51
3	-	39	-	144	57	108
4	-	99	24	-	45	168
5	-	120	45	63	-	189
6	-	120	45	63	66	-

dok se matrica kretanja od-do dobija na osnovu

$$f_{ij} = \lambda \cdot T \cdot m_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, M.$$

pri čemu je m_{ij} tok kretanja zahteva između bilo koja dva centra i i j i dobija se kao

$$m_{ij} = \sum_{k=1}^N v_k \cdot n_k \cdot \delta_{kij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, M$$

pri čemu su:

- ◆ N – broj različitih poslova u sistemu
- ◆ M – broj centara u sistemu
- ◆ v_k – učestalost posla k u ukupnom broju poslova
- ◆ n_k – broj jedinica tereta za prevoz u transportnom pakovanju u poslu k

$$\delta_{kij} = \begin{cases} 1 & \text{ukoliko posao } k \text{ nakon centra } i \text{ ide direktno u centar } j \\ 0 & \text{ukoliko posao } k \text{ nakon centra } i \text{ ne ide direktno u centar } j \end{cases}$$

U našem primeru je

$$\begin{aligned} m_{12} &= \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k12} = v_1 \cdot n_1 \cdot \delta_{112} + v_2 \cdot n_2 \cdot \delta_{212} + v_3 \cdot n_3 \cdot \delta_{312} + v_4 \cdot n_4 \cdot \delta_{412} = \\ &= 0.3 \cdot 10 \cdot 0 + 0.4 \cdot 10 \cdot 0 + 0.2 \cdot 10 \cdot 1 + 0.1 \cdot 10 \cdot 0 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{13} &= \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k13} = v_1 \cdot n_1 \cdot \delta_{113} + v_2 \cdot n_2 \cdot \delta_{213} + v_3 \cdot n_3 \cdot \delta_{313} + v_4 \cdot n_4 \cdot \delta_{413} = \\ &= 0.3 \cdot 10 \cdot 0 + 0.4 \cdot 10 \cdot 0 + 0.2 \cdot 10 \cdot 0 + 0.1 \cdot 10 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

$$m_{14} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k14} = v_1 \cdot n_1 \cdot \delta_{114} + v_2 \cdot n_2 \cdot \delta_{214} + v_3 \cdot n_3 \cdot \delta_{314} + v_4 \cdot n_4 \cdot \delta_{414} =$$

$$= 0.3 \cdot 10 \cdot 0 + 0.4 \cdot 10 \cdot 0 + 0.2 \cdot 10 \cdot 0 + 0.1 \cdot 10 \cdot 0 = 0$$

$$m_{25} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k25} = v_1 \cdot n_1 \cdot \delta_{125} + v_2 \cdot n_2 \cdot \delta_{225} + v_3 \cdot n_3 \cdot \delta_{325} + v_4 \cdot n_4 \cdot \delta_{425} =$$

$$= 0.3 \cdot 10 \cdot 0 + 0.4 \cdot 10 \cdot 0 + 0.2 \cdot 10 \cdot 1 + 0.1 \cdot 10 \cdot 1 = 3$$

$$m_{26} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k26} = v_1 \cdot n_1 \cdot \delta_{126} + v_2 \cdot n_2 \cdot \delta_{226} + v_3 \cdot n_3 \cdot \delta_{326} + v_4 \cdot n_4 \cdot \delta_{426} =$$

$$= 0.3 \cdot 10 \cdot 1 + 0.4 \cdot 10 \cdot 0 + 0.2 \cdot 10 \cdot 0 + 0.1 \cdot 10 \cdot 0 = 3$$

$$m_{32} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k32} = v_1 \cdot n_1 \cdot \delta_{132} + v_2 \cdot n_2 \cdot \delta_{232} + v_3 \cdot n_3 \cdot \delta_{332} + v_4 \cdot n_4 \cdot \delta_{432} =$$

$$= 0.3 \cdot 10 \cdot 0 + 0.4 \cdot 10 \cdot 0 + 0.2 \cdot 10 \cdot 0 + 0.1 \cdot 10 \cdot 1 = 1$$

$$m_{36} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k36} = 4$$

$$m_{45} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k45} = 4$$

$$m_{53} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k53} = 3$$

$$m_{54} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k54} = 3$$

$$m_{64} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k64} = 4$$

$$m_{65} = \sum_k v_k \cdot n_k \cdot \delta_{k65} = 3$$

m_{ij}	1	2	3	4	5	6
1	0	2	1	0	0	0
2	0	0	0	0	3	3
3	0	1	0	0	0	4
4	0	0	0	0	4	0
5	0	0	3	3	0	0
6	0	0	0	4	3	0

$$A, f_{ij} = \lambda \cdot T \cdot m_{ij}, t_j.$$

$$f_{ij} = 2.5h^{-1} \cdot 8h \cdot m_{ij} = 20 \cdot m_{ij}$$

pa je **MATRICA KRETANJA OD-DO**

f_{ij}	1	2	3	4	5	6
1	0	40	20	0	0	0
2	0	0	0	0	60	60
3	0	20	0	0	0	80
4	0	0	0	0	80	0
5	0	0	60	60	0	0
6	0	0	0	80	60	0

Metod 1

$$\varphi(T_{LT}) = T_{LT}$$

$$e = 0.85$$

$$b = c = 0$$

$$N = \frac{2 \cdot \sum_i \sum_j (f_{ij} d_{ij}) / V + (t_L + t_U) \sum_i \sum_j f_{ij}}{e(T - t_b)}$$

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_{ij} = 40 + 20 + 60 + 60 + 20 + 80 + 80 + 60 + 60 + 80 + 60 = 620$$

$f_{ij} \cdot d_{ij}$	1	2	3	4	5	6	Σ_j
1	0	240	1860	0	0	0	2100
2	0	0	0	0	2880	3060	5940
3	0	780	0	0	0	8640	9420
4	0	0	0	0	3600	0	3600
5	0	0	2700	3780	0	0	6480
6	0	0	0	5040	3960	0	9000
Σ_i	0	1020	4560	8820	10440	11700	36540

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_{ij} \cdot d_{ij} = 36540 \quad \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_{ij} = 620$$

$$T_{LT} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 f_{ij} d_{ij} / V = \frac{36540m}{0.75 m/s} = 48720s$$

$$N = \frac{2 \cdot 48720s + (30s + 30s) \cdot 620}{0.85 \cdot (8 \cdot 3600s - 1800s)} = \frac{97440s + 37200s}{0.85 \cdot 27000s} = \frac{134640s}{22950s} = 5.86$$

Kako N mora biti celobrojno, sledi da nam je potrebno **6 vozila**.

Metod 2³

$$N = \frac{((\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij}) + ET_1 + ET_2) / V + \sum_i \sum_j f_{ij} (t_L + t_U)}{e(T - t_b) / (1 + b + c)}$$

Pored rastojanja između prijemnih i otpremnih stanica, za proračun broja vozila, tj. dužine prazne kretnje, ovom metodom su nam potrebna i rastojanja između otpremnih i prijemnih stanica istog centra – d_{ij}^{dp} (**prikazana u tabeli samo za slučaj iste stanice**).

d_{ij}^{dp}	1	2	3	4	5	6
1	-					
2		180				
3			126			
4				84		
5					24	
6						63

pri čemu su vrednosti d_{ii}^{dp} , rastojanja od otpremne stanice i (D_i) do prijemne stanice i (P_i).

³ Ovaj metod podrazumeva da su rastojanja između prijemne i otpremne stanice, jednaka rastojanjima između otpremnih i prijemnih stanica (što u ovom primeru nije slučaj, što i predstavlja osnovnu manu ove metode, ali se može iskoristiti za grubo određivanje broja vozila, a stepen greške zavisi od razlike u pomenutim rastojanjima)

$$NF_i = \sum_j f_{ji} - \sum_k f_{ik}$$

f_{ij}	1	2	3	4	5	6	$\sum_k f_{ik}$	NF_i
1	0	40	20	0	0	0	60	-60
2	0	0	0	0	60	60	120	-60
3	0	20	0	0	0	80	100	-20
4	0	0	0	0	80	0	80	60
5	0	0	60	60	0	0	120	80
6	0	0	0	80	60	0	140	0
$\sum_j f_{ji}$	0	60	80	140	200	140		

$$ET_1 = \left[\left(\frac{\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij}}{\sum_i \sum_j f_{ij}} \right) \right]_{\forall i | NF_i > 0} \sum NF_i$$

$$ET_1 = \left[\frac{36540m}{620} \right] \cdot (60 + 80) = 8250.96m$$

$$ET_2 = \sum_i \left[\min \left(\sum_j f_{ji}, \sum_k f_{ik} \right) d_{ii}^{dp} \right]$$

$$ET_2 = 60 \cdot 180 + 80 \cdot 126 + 80 \cdot 84 + 120 \cdot 24 + 140 \cdot 63 = 39300m$$

$$\frac{(36540m + 8250.96m + 39300m)}{0.75 \frac{m}{s}} + (30s + 30s) \cdot 620$$

$$N = \frac{0.75 \frac{m}{s}}{0.85 \cdot (8 \cdot 3600 - 1800)} = \frac{112121.28s + 37200s}{22950s} = 6.51$$

Kako N mora biti celobrojno, sledi da nam je u ovom slučaju potrebno **7 vozila**.

Metod 3

Za razliku od modela 2 u kome su nam rastojanja od otpremnih do prijemnih stanica trebala samo u okviru iste stanice, ovde je potrebno da imamo ta rastojanja za sve parove stanica.

d_{ij}^{dp}	1	2	3	4	5	6
1	-	-	-	-	-	-
2	156	180	123	63	42	42
3	159	183	126	66	45	45
4	51	75	18	84	63	63
5	138	162	105	45	24	24
6	177	201	144	84	66	63

Rešavanjem transportnog zadatka, dobijamo procenu minimalnog rastojanja koje se pređe praznom kretnjom.

Minimalna dužina praznih kretnji (funkcija cilja) je

$$ET = \sum_i \sum_j x_{ij} d_{ij}^{dp}$$

pri čemu važe uslovi

$$\sum_j x_{ij} = NF_i \quad \forall i | NF_i > 0$$

$$\sum_k x_{ki} = -NF_i \quad \forall i | NF_i < 0$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, \forall j$$

što se u našem primeru svodi na rešavanje transportnog zadatka

		Stanica		
		1	2	3
		Tražnja		
Stanica	Ponuda	60	60	20
4	60	+51 40	+75	++18 20
5	80	138 20	162 60	+105

Pri rešavanju transportnog zadatka za početno rešenje je korišćena metoda dvostruke prednosti, a proverom pomoću metode lanaca se dobija da su k_{42} i k_{53} jednaki 0, što znači da je početno rešenje ujedno i optimalno. Odavde je

$$ET = 40 \cdot 51 + 20 \cdot 18 + 20 \cdot 138 + 60 \cdot 162 = 14880m$$

Pa je potrebni broj vozila

$$N = \frac{((\sum_i \sum_j f_{ij} d_{ij}) + ET) / V + \sum_i \sum_j f_{ij} (t_L + t_U)}{e(T - t_b)} = \frac{\frac{68560m}{0.75 \frac{m}{s}} + 37200s}{22950s} = 4.61$$

Što znači da nam je prema ovoj metodi potrebno **5 vozila**.