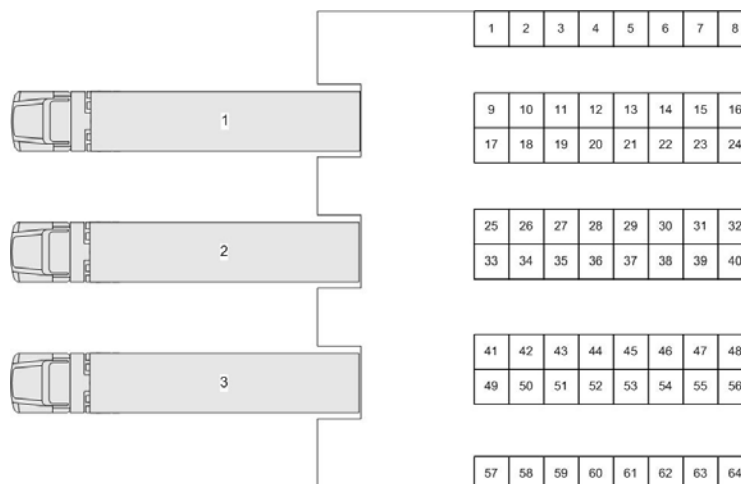


# ASSIGNMENT PROBLEM

## Zadatak 1.



U skladište prikazano situacionim planom na slici pristižu tri kamiona natovarena sa po 5, 6 i 4 palete, respektivno. Skladišne lokacije paleta koje dolaze na kamionima su date u sledećoj tabeli:

	Paleta 1	Paleta 2	Paleta 3	Paleta 4	Paleta 5	Paleta 6
Kamion 1	6	35	37	46	60	/
Kamion 2	12	21	25	58	62	63
Kamion 3	2	8	31	48	/	/

Posmatrano skladište raspolaže sa tri mesta na frontu pretovara, pri čemu su rastojanja od pojedinih skladišnih lokacija do svakog mesta na frontu pretovara data u sledećoj tabeli:

	Lokacije															
	1/9	2/10	3/11	4/12	5/13	6/14	7/15	8/16	17/25	18/26	19/27	20/28	21/29	22/30	23/31	24/32
Pozicija 1	10	11	12	13	14	15	16	17	10	11	12	13	14	15	16	17
Pozicija 2	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5	10	11	12	13	14	15	16	17
Pozicija 3	23	24	25	26	27	28	29	30	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5

	Lokacije															
	33/41	34/42	35/43	36/44	37/45	38/46	39/47	40/48	49/57	50/58	51/59	52/60	53/61	54/62	55/63	56/64
Pozicija 1	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5	23	24	25	26	27	28	29	30
Pozicija 2	10	11	12	13	14	15	16	17	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.5	23.5
Pozicija 3	10	11	12	13	14	15	16	17	10	11	12	13	14	15	16	17

Odrediti raspored kamiona na frontu pretovara tako da se obezbedi najbrži istovar istih, ukoliko kamioni u sistem pristižu u istom trenutku.

### Rešenje:

Posmatrani zadatak predstavlja specijalni slučaj transportnog zadatka u kome se uvode dodatna ograničenja koja se odnose na činjenicu da samo jedno vozilo može biti dodeljeno svakom pretovarnom mestu.

Zadatak se rešava, kao što je ranije pomenuto, kao standardni transportni zadatak, uz uvažavanje pomenutih ograničenja. Ciljna funkcija ovog zadatka je minimizacija rastojanja koje je potrebno preći pri istovaru sva tri kamiona, a u cilju što bržeg procesa istovara kamiona, i ona glasi

$$F = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 d_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min$$

pri čemu je

$d_{ij}$  – rastojanje koje se prelazi pri istovaru kamiona  $i$  pozicioniranog na mestu  $j$

$x_{ij}$  – binarna promenljiva koja označava da se kamion  $i$  nalazi na mestu  $j$

Rastojanje  $d_{ij}$  se računa kao zbir rastojanja potrebnih za istovar svih paleta sa kamiona  $i$  koji se nalazi na mestu  $j$  i za odgovarajuće položaje kamiona računa se kao

$$d_{11} = 2 \cdot (15 + 18.5 + 20.5 + 21.5 + 26) = 2 \cdot 101.5\text{m} = 203\text{m}$$

$$d_{12} = 2 \cdot (21.5 + 12 + 14 + 15 + 19.5) = 2 \cdot 82\text{m} = 164\text{m}$$

$$d_{13} = 2 \cdot (28 + 12 + 14 + 15 + 13) = 2 \cdot 82\text{m} = 164\text{m}$$

$$d_{21} = 2 \cdot (13 + 14 + 10 + 24 + 28 + 29) = 2 \cdot 118\text{m} = 236\text{m}$$

$$d_{22} = 2 \cdot (19.5 + 14 + 10 + 17.5 + 21.5 + 22.5) = 2 \cdot 105\text{m} = 210\text{m}$$

$$d_{23} = 2 \cdot (26 + 20.5 + 16.5 + 11 + 15 + 16) = 2 \cdot 105\text{m} = 210\text{m}$$

$$d_{31} = 2 \cdot (11 + 17 + 16 + 23.5) = 2 \cdot 67.5\text{m} = 135\text{m}$$

$$d_{32} = 2 \cdot (17.5 + 23.5 + 16 + 17) = 2 \cdot 74\text{m} = 148\text{m}$$

$$d_{33} = 2 \cdot (24 + 30 + 22.5 + 17) = 2 \cdot 80.5\text{m} = 161\text{m}$$

Dobijena rastojanja je moguće predstaviti tabelom

$D_{ij}$ (m)	Pozicija 1	Pozicija 2	Pozicija 3
Kamion 1	203	164	164
Kamion 2	236	210	210
Kamion 3	135	148	161

Ograničenja koja se javljaju u ovom problemu se mogu predstaviti kao

$$\sum_i x_{ij} = 1$$

$$\sum_j x_{ij} = 1$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

Rešavanjem definisanog transportnog problema dobija se optimalno rešenje koje se može predstaviti sledećom tabelom

$X_{ij}$	Pozicija 1	Pozicija 2	Pozicija 3
Kamion 1	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
Kamion 2	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
Kamion 3	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Pri čemu ciljna funkcija ima vrednost **509m**.

**Zadatak 2.** U proizvodnom procesu uočeno je posojanje 5 različitih tokova robe. Karakteristike tokova prikazane su u sledećoj tabeli:

Tok	Masa jedinice Tereta [t]	Ukupno rastojanje na toku [m]
1	1	36000
2	0.6	25000
3	2	18000
4	1.8	15000
5	1.6	28000

Za realizaciju tokova na raspolaganju je 5 vozila različitih nosivosti, čije su karakteristike, relevantne za realizaciju procesa, date u sledećoj tabeli

Rb. vozila	Nosivost [t]	Brzina [m/s]	Troškovi rada [NJ/s]
1	1,6	5	0,036
2	1,6	5	0,036
3	2	5,55	0,027
4	2	5,55	0,027
5	3	6,67	0,032

Izvršiti raspodelu vozila na pojedine tokove tako da se proces proizvodnje realizuje uz minimalne troškove angažovanja vozila, uz uslov da svako vozilo može biti angažovano samo na jednom toku.

**Rešenje:**

Kao i u slučaju prethodnog zadatka i ovde se radi o specijalnom slučaju transportnog zadatka.

U ovom slučaju ciljna funkcija se svodi na minimiziranje troškova transporta po pojedinim tokovima uz poštovanje definisanih ograničenja, i ima oblik

$$F = \sum_i \sum_j C_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min$$

Pri čemu je

$C_{ij}$  – troškovi angažovanja vozila  $i$  za realizaciju toka  $j$

$x_{ij}$  – binarna promenljiva koja označava (ne)angažovanje vozila  $i$  na toku  $j$

Troškovi angažovanja vozila  $i$  za realizaciju toka  $j$  –  $C_{ij}$  se dobijaju primenom formule

$$C_{ij} = \frac{d_j}{v_i} \cdot c_i$$

Pri čemu je

$d_j$  – rastojanje koje je potrebno preći na toku  $j$

$v_i$  – brzina kojim se kreće vozilo  $i$

$c_i$  – cena angažovanja vozila  $i$

Primenom prethodne formule moguće je dobiti matricu troškova angažovanja pojedinih vozila na odgovarajućim tokovima, i ona je data u nastavku:

$C_{ij}$	T1	T2	T3	T4	T5
V1	259.20	180.00	129.60	108.00	201.60
V2	259.20	180.00	129.60	108.00	201.60
V3	175.14	121.62	87.57	72.97	136.22
V4	175.14	121.62	87.57	72.97	136.22
V5	172.71	119.94	86.36	71.96	134.33

Ograničenja koja se javljaju u ovom slučaju su slična kao u slučaju prethodnog zadatka, s' tom razlikom što se sad javlja i ograničenje vezano za nosivost vozila, tj. nije moguće angažovanje vozila na onom toku na kome se javlja teret čija je masa veća od nosivosti vozila. Uzimajući to u obzir ograničenja koja se javljaju su:

$$n_i \geq m_j \quad \forall i, j$$

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall j$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad \forall i, j$$

Rješavanjem postavljenog transportnog zadatka dobija se optimalno rešenje

$x_{ij}$	T1	T2	T3	T4	T5
V1	0	1	0	0	0
V2	0	0	0	0	1
V3	0	0	0	1	0
V4	0	0	1	0	0
V5	1	0	0	0	0

uz vrednost ciljne funkcije od **714,85 N.J.**