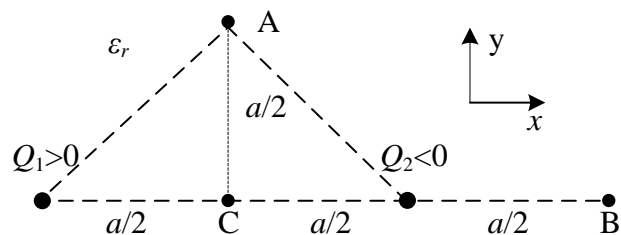


1. Na Slici 1 su prikazana dva tačkasta naelektrisanja $Q_1 = Q = 12 \text{ nC}$ i $Q_2 = -Q/3 = -4 \text{ nC}$, koja se nalaze u dielektriku relativne dielektrične konstante $\epsilon_r = 10$, na rastojanju $a = 10 \text{ mm}$.

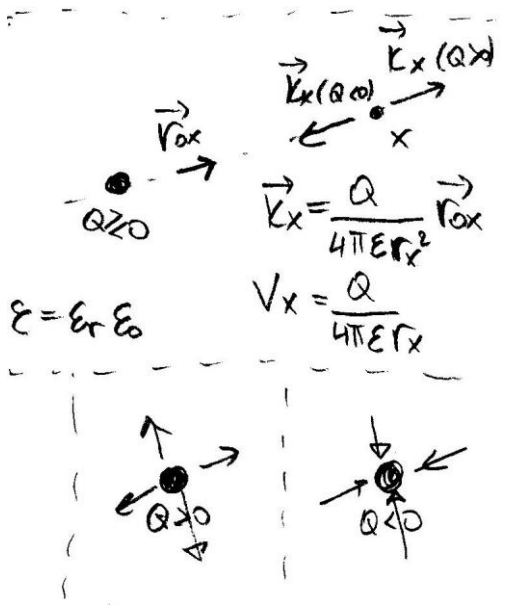
a) Odrediti vektor električnog polja i potencijal u tačkama A, B i C.

b) Odrediti vektor sile koja deluje između dva tačkasta naelektrisanja. ($\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$)

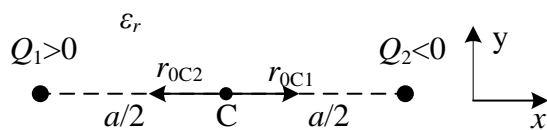


Slika 1

Rešenje:



a) Električno polje u tački C predstavlja superpoziciju električnih polja u tački C koja potiču od tačkastih naelektrisanja Q_1 i Q_2 . Ortovi r_{0C1} i r_{0C2} usmereni su od naelektrisanja Q_1 i Q_2 , respektivno, Slika 3.



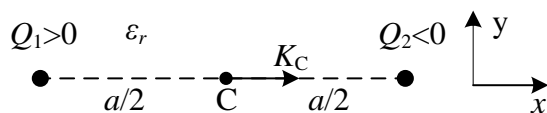
Slika 3

$$\vec{K}_C = \vec{K}_{C1} + \vec{K}_{C2}$$

$$\vec{K}_{C1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1}{(r_{C1})^2} \cdot \vec{r}_{0C1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{(a/2)^2} \cdot \vec{i} = \frac{4Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} = \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i}$$

$$\vec{K}_{C2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_2}{(r_{C2})^2} \cdot \vec{r}_{0C2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{-Q/3}{(a/2)^2} \cdot (-\vec{i}) = \frac{4Q/3}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} = \frac{Q}{3\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i}$$

$$\vec{K}_C = \vec{K}_{C1} + \vec{K}_{C2} = \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} + \frac{Q}{3\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} = \frac{4Q}{3\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} = 576 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \cdot \vec{i}$$



Slika 4

Potencijal u tački C predstavlja superpoziciju potencijala u tački C koji potiču od tačkastih naelektrisanja Q_1 i Q_2 . Kako je potencijal skalarna veličina on zavisi samo od intenziteta.

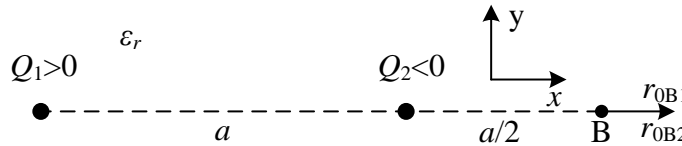
$$V_C = V_{C1} + V_{C2}$$

$$V_{C1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1}{r_{C1}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{a/2} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r a}$$

$$V_{C2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_2}{r_{C2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{-Q/3}{a/2} = \frac{-2Q/3}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = \frac{-Q}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a}$$

$$V_C = V_{C1} + V_{C2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r a} - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = \frac{2Q}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = \frac{Q}{3\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = 1440 \text{ V}$$

Električno polje u tački B predstavlja superpoziciju električnih polja u tački B koja potiču od tačkastih naelektrisanja Q_1 i Q_2 . Ortovi r_{0B1} i r_{0B2} usmereni su od naelektrisanja Q_1 i Q_2 , respektivno, Slika 5.



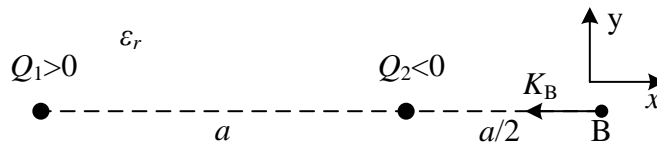
Slika 5

$$\vec{K}_B = \vec{K}_{B1} + \vec{K}_{B2}$$

$$\vec{K}_{B1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1}{(r_{B1})^2} \cdot \vec{r}_{0B1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{(3a/2)^2} \cdot \vec{i} = \frac{4Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r 9a^2} \cdot \vec{i} = \frac{Q}{9\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i}$$

$$\vec{K}_{B2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_2}{(r_{B2})^2} \cdot \vec{r}_{0B2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{-Q/3}{(a/2)^2} \cdot \vec{i} = \frac{-4Q/3}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} = \frac{-Q}{3\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i}$$

$$\vec{K}_B = \vec{K}_{B1} + \vec{K}_{B2} = \frac{Q}{9\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} - \frac{Q}{3\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} = \frac{-2Q}{9\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot \vec{i} = -96 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \cdot \vec{i}$$



Slika 6

Potencijal u tački B predstavlja superpoziciju potencijala u tački B koji potiču od tačkastih naelektrisanja Q_1 i Q_2 . Kako je potencijal skalarna veličina on zavisi samo od intenziteta.

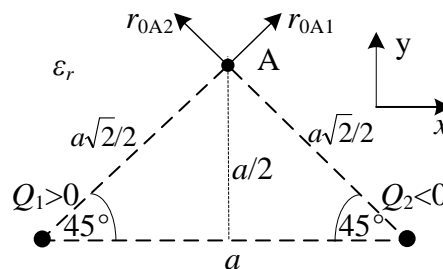
$$V_B = V_{B1} + V_{B2}$$

$$V_{B1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1}{r_{B1}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{3a/2} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 3a} = \frac{Q}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a}$$

$$V_{B2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_2}{r_{B2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{-Q/3}{a/2} = \frac{-2Q/3}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = \frac{-Q}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a}$$

$$V_B = V_{B1} + V_{B2} = \frac{Q}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a} - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = 0 \text{ V}$$

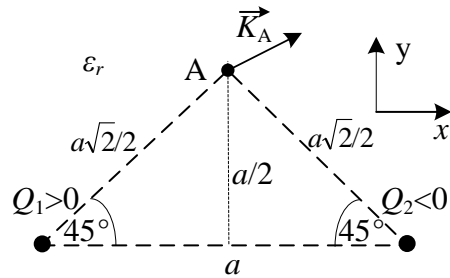
Električno polje u tački A predstavlja superpoziciju električnih polja u tački A koja potiču od tačkastih naelektrisanja Q_1 i Q_2 . Ortovi r_{0A1} i r_{0A2} usmereni su od naelektrisanja Q_1 i Q_2 , respektivno, slika 7.



Slika 7

$$\vec{K}_A = \vec{K}_{A1} + \vec{K}_{A2}$$

$$\begin{aligned}\vec{K}_{A1} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1}{(r_{A1})^2} \cdot \vec{r}_{0A1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{(a\sqrt{2}/2)^2} \cdot (\cos(45^\circ)\vec{i} + \sin(45^\circ)\vec{j}) = \frac{Q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot (\vec{i} + \vec{j}) \\ \vec{K}_{A2} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_2}{(r_{A2})^2} \cdot \vec{r}_{0A2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{-Q/3}{(a\sqrt{2}/2)^2} \cdot (-\cos(45^\circ)\vec{i} + \sin(45^\circ)\vec{j}) = \frac{Q\sqrt{2}}{12\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot (\vec{i} - \vec{j}) \\ \vec{K}_A &= \vec{K}_{A1} + \vec{K}_{A2} = \frac{Q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot (\vec{i} + \vec{j}) + \frac{Q\sqrt{2}}{12\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot (\vec{i} - \vec{j}) = \frac{Q\sqrt{2}}{12\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot [3(\vec{i} + \vec{j}) + (\vec{i} - \vec{j})] \\ \vec{K}_A &= \vec{K}_{A1} + \vec{K}_{A2} = \frac{Q\sqrt{2}}{12\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} \cdot (4\vec{i} + 2\vec{j}) = 2\sqrt{2} \cdot (2\vec{i} + \vec{j}) \frac{\text{kV}}{\text{m}} = (5,66\vec{i} + 2,83\vec{j}) \frac{\text{kV}}{\text{m}}\end{aligned}$$



Slika 8

Potencijal u tački C predstavlja superpoziciju potencijala u tački C koji potiču od tačkastih naelektrisanja Q_1 i Q_2 . Kako je potencijal skalarna veličina on zavisi samo od intenziteta.

$$\begin{aligned}V_A &= V_{A1} + V_{A2} \\ V_{A1} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1}{r_{A1}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{a\sqrt{2}/2} = \frac{Q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a} \\ V_{A2} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_2}{r_{A2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{-Q/3}{a\sqrt{2}/2} = \frac{-Q\sqrt{2}/3}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = \frac{-Q\sqrt{2}}{12\pi\epsilon_0\epsilon_r a} \\ V_A &= V_{A1} + V_{A2} = \frac{Q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a} - \frac{Q\sqrt{2}}{12\pi\epsilon_0\epsilon_r a} = \frac{Q\sqrt{2}}{6\pi\epsilon_0\epsilon_r a} \approx 1\text{kV}\end{aligned}$$

a)

$$\begin{aligned}\vec{F}_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{a^2} \vec{r}_{012} \\ \vec{F}_{12} &= Q_2 \vec{K}_1 = Q_2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r a^2} (\vec{i}), \text{ ili:}\end{aligned}$$

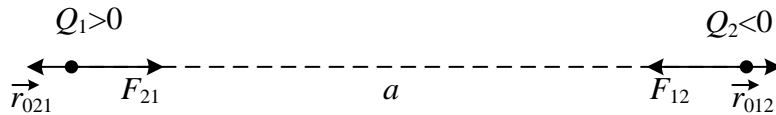
Intenzitet sile između dva tačkasta naelektrisanja određen je Kulonovim zakonom:

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{|Q_1||Q_2|}{a^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{10^2 \cdot (10^{-3})^2} = 4,32 \cdot 10^{-6} = 4,32 \mu\text{N}.$$

$$\vec{F}_{12} = F_{12} (-\vec{i})$$

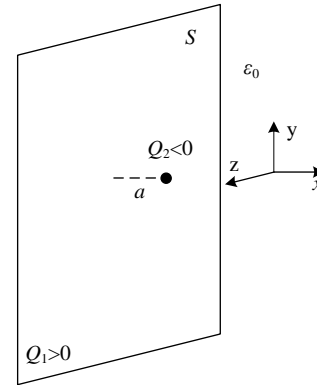
Pravac Kulonove sile je u pravcu duži koja spaja ta dva naelektrisanja, dok smer zavisi od toga kako su naelektrisanja naelektrisanja. Ukoliko su oba naelektrisanja istog znaka (oba pozitivna, ili oba negativna) smer sile između njih će biti odbojan, dok u slučaju kada su naelektrisanja suprotno naelektrisanja (jedno pozitivno, a drugo negativno) smer sile između njih biće privlačan. Kako je u zadatku jedno naelektrisanje pozitivno, a drugo negativno, smer sile između njih biće privlačan, kao na Slici 2.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$



Slika 2

2. Na rastojanju $a=1\text{cm}$ od ravne metalne ploče, površine $S=10\text{m}^2$ postavljene u vazduhu, naelektrisane naelektrisanjem $Q_1=Q=10\text{nC}$, nalazi se tačkasto naelektrisanje $Q_2=-Q/2=-5\text{nC}$, slika 9. Odrediti vektor sile koja deluje na tačkasto naelektrisanje. Ivične efekte zanemariti. ($\epsilon_0=8.85\cdot 10^{-12}\text{F/m}$)



Slika 9

Rešenje:

Sila koja deluje na tačkasto naelektrisanje potiče od električnog polja koje stvara metalna ploča:

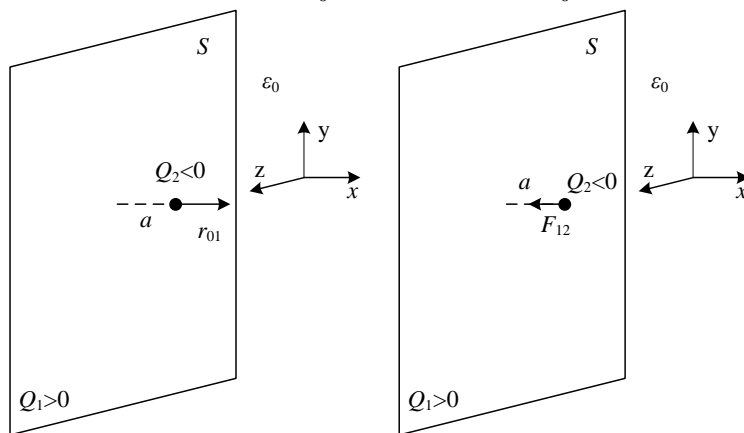
$$\vec{F}_{12} = \vec{K}_1 Q_2$$

gde je K_1 električno polje koje stvara metalna ploča na mestu gde se nalazi tačkasto naelektrisanje, slika. Kako je rastojanje tačkastog naelektrisanja samo 1 cm, u odnosu na metalnu ploču površine 10m^2 , metalna ploča se može se smatrati beskonačno velikom na mestu tačkastog naelektrisanja, pa se električno polje K_1 , ravnomerno naelektrisane ravni, računa prema Gausovom zakonu:

$$\vec{K}_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{01} = \frac{Q_1}{2S\epsilon_0} \vec{r}_{01} = \frac{Q}{2S\epsilon_0} \vec{i}$$

Iz izraza za intenzitet električnog polja, očigledno je da \vec{K}_1 ne zavisi od položaja tačke u prostoru.

$$\vec{F}_{12} = \vec{K}_1 Q_2 = \frac{Q}{2S\epsilon_0} \vec{i} \cdot (-Q/2) = -\frac{Q^2}{4S\epsilon_0} \vec{i} = -2,826\text{nN} \cdot \vec{i}$$



Slika 10

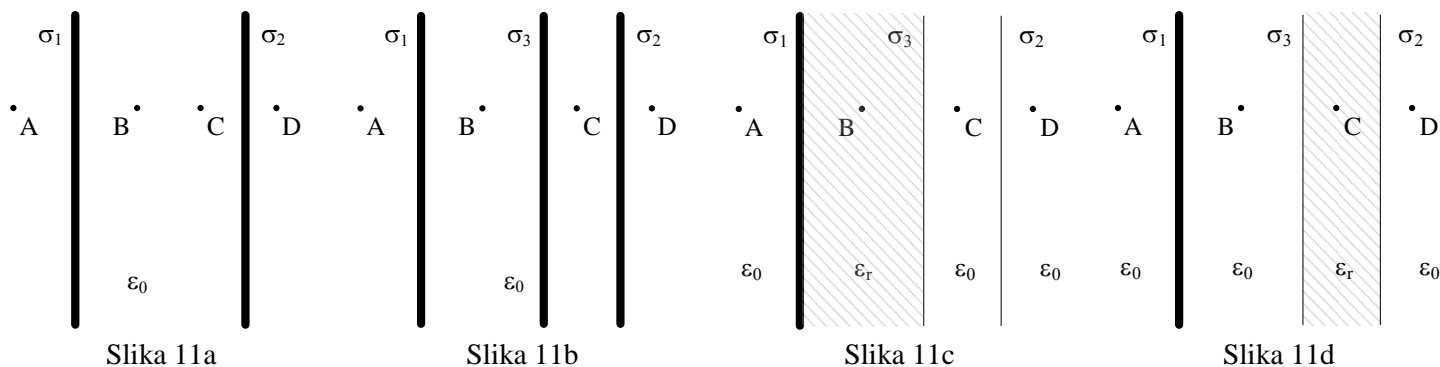
3. Na Slici 11a prikazane su dve paralelne, veoma velike, ravnomerno naelektrisane površi, površinskih gustina naelektrisanja $\sigma_1=\sigma=20\text{nC/m}^2$ i $\sigma_2=-\sigma$.

a) Odrediti vektore električnog polja u tačkama A, B, C i D. Površni se nalaze u vazduhu ($\epsilon_0=8.85\cdot 10^{-12}\text{C}^2/\text{Nm}^2$).

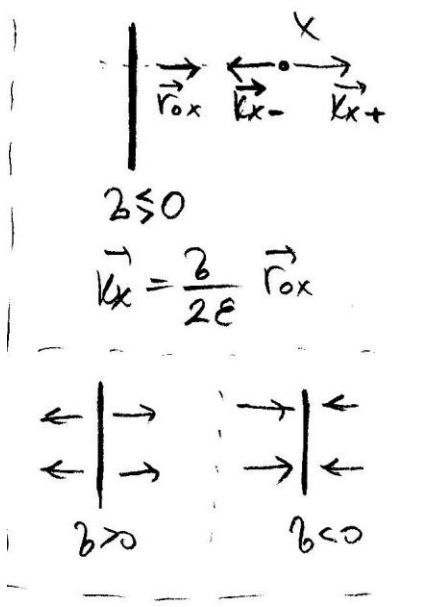
b) Kako će se promeniti vektori polja u tačkama A, B, C i D, ako se između dve površi, paralelno, ubaci treća, površinske gustine naelektrisanja $\sigma_3=-2\sigma$ (Slika 11b)?

c) Šta će se desiti, ako se, zatim, ubaci dielektrik $\epsilon_r=4$ između prve i druge ploče (Slika 11c)?

d) Šta će se desiti, ako se, zatim, ubaci dielektrik $\epsilon_r=4$ između druge i treće ploče (Slika 11d)?



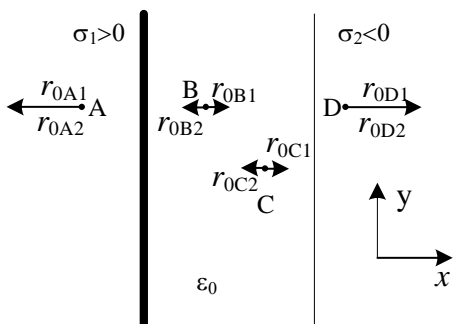
Rešenje:



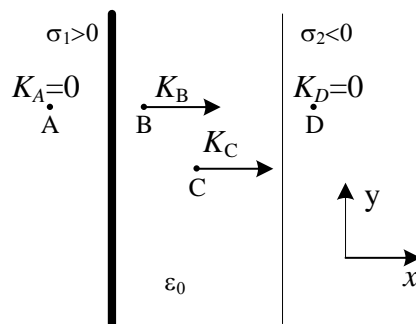
Prema Gausovom zakonu, intenzitet električnog polja ravnomerno naelektrisane ravni je $K = \frac{\sigma}{2\epsilon}$, pravac vektora je normalan na ravan, a smer zavisi od znaka opterećenja.

a) U slučaju dve ravni kao na Slici 11a, ima se da je

$$\begin{aligned} \vec{K}_A &= \vec{K}_{A1} + \vec{K}_{A2} \\ \vec{K}_B &= \vec{K}_{B1} + \vec{K}_{B2} \\ \vec{K}_C &= \vec{K}_{C1} + \vec{K}_{C2} \\ \vec{K}_D &= \vec{K}_{D1} + \vec{K}_{D2} \end{aligned}$$



Slika 12a



Slika 12b

Na slici 12a prikazani su ortovi za svaku od tačaka, dok su na slici 12b prikazani stvarni smerovi rezultujućih vektora:

$$\vec{K}_A = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0A1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0A2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = 0$$

$$\vec{K}_B = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0B1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0B2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} = 2,26 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \vec{i}$$

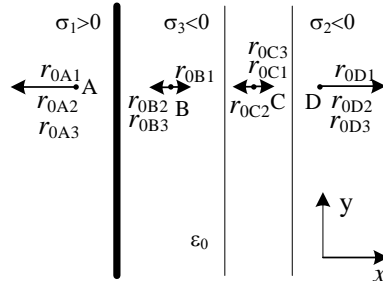
$$\vec{K}_C = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0C1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0C2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} = 2,26 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \vec{i}$$

$$\vec{K}_D = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0D1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0D2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = 0$$

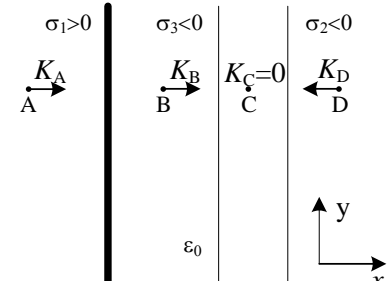
Rezultat koji je dobijen za polje u tačkama B i C predstavlja izraz za polje koje postoji između ploča kondenzatora (obe ploče su naelektrisanje istim naelektrisanjima, suprotnog polariteta). Smer vektora polja u tačkama B i C ide od pozitivno naelektrisane ploče (prve ploče) ka negativno naelektrisanjoj ploči (druga ploča).

b) U slučaju tri ravni kao na Slici 13b, ima se da je

$$\begin{aligned} \vec{K}_A &= \vec{K}_{A1} + \vec{K}_{A2} + \vec{K}_{A3} \\ \vec{K}_B &= \vec{K}_{B1} + \vec{K}_{B2} + \vec{K}_{B3} \\ \vec{K}_C &= \vec{K}_{C1} + \vec{K}_{C2} + \vec{K}_{C3} \\ \vec{K}_D &= \vec{K}_{D1} + \vec{K}_{D2} + \vec{K}_{D3} \end{aligned}$$



Slika 13a



Slika 13b

Na slici 13a prikazani su ortovi za svaku od tačaka, dok su na slici 13b prikazani stvarni smerovi rezultujućih vektora:

$$\vec{K}_A = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0A1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0A2} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0A3} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) + \frac{-2\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} = 2,26 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \vec{i}$$

$$\vec{K}_B = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0B1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0B2} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0B3} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) + \frac{-2\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} = 4,52 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \vec{i}$$

$$\vec{K}_C = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0C1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0C2} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0C3} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{i}) + \frac{-2\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = 0 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$\vec{K}_D = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0D1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0D2} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} \vec{r}_{0D3} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{-2\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} = -2,26 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \vec{i}$$

c) Ako se ubaci dielektrik $\epsilon_r = 4$ između prve i druge ploče (Slika 13c), promeniće se samo intenzitet vektora električnog polja u tački B, dok smer ostaje isti kao u tački pod b. Električno polje u tačkama A, C i D ostaje nepromenjeno. Vektor električnog polja u tački B sada je:

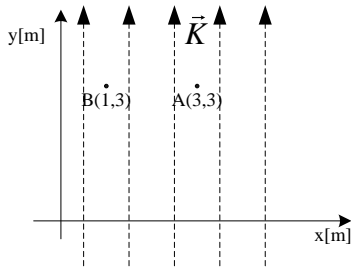
$$\vec{K}_{B_novo} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0\epsilon_r} \vec{r}_{0B1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0\epsilon_r} \vec{r}_{0B2} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0\epsilon_r} \vec{r}_{0B3} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r} \vec{i} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r} (-\vec{i}) + \frac{-2\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r} (-\vec{i}) = \frac{2\sigma}{\epsilon_0\epsilon_r} \vec{i} = 1,13 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \vec{i}$$

d) Ako se ubaci dielektrik $\epsilon_r = 4$ između druge i treće ploče (Slika 13d), promeniće se samo intenzitet vektora električnog polja u tački C, dok smer ostaje isti kao u tački pod b. Električno polje u tačkama A, B i D ostaje nepromenjeno. Međutim kako je vektor električnog polja u tački C nula, realno neće biti nikakve promene:

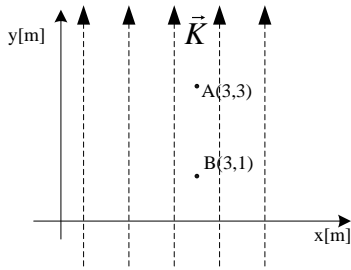
$$\vec{K}_{C_novo} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0\epsilon_r} \vec{r}_{0C1} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0\epsilon_r} \vec{r}_{0C2} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0\epsilon_r} \vec{r}_{0C3} = 0 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

4. Na Slikama 14a - 14c prikazana je ravan u kojoj postoji homogeno elektrostatičko polje $\vec{K} = 5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \vec{j}$. Odrediti napone

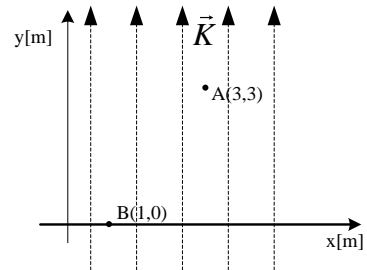
U_{AB} i U_{BA} za različite položaje tačaka A i B na slikama.



Slika 14a



Slika 14b



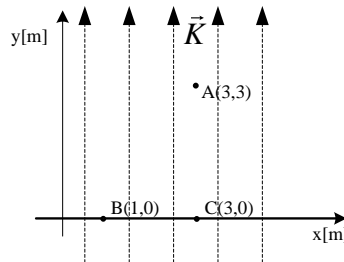
Slika 14c

Rešenje:

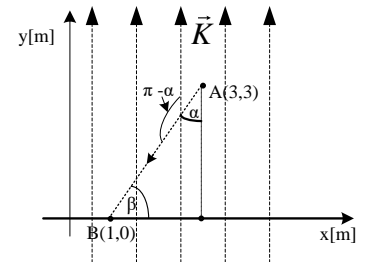
a) $U_{AB} = \int_A^B \vec{K} d\vec{l} = \int_3^1 K \cdot \vec{j} \cdot dx \cdot \vec{i} = K \int_3^1 dx (\vec{j} \cdot \vec{i}) = 5x \Big|_3^1 (\vec{j} \cdot \vec{i}) = 5 \cdot (1-3) (\vec{j} \cdot \vec{i}) = -10 (\vec{j} \cdot \vec{i}) = 0V$, jer je skalarni proizvod dva ortogonalna vektora jednak 0. Napon $U_{BA} = -U_{AB} = 0V$.

b) $U_{AB} = \int_A^B \vec{K} d\vec{l} = \int_3^1 K \cdot \vec{j} \cdot dy \cdot \vec{j} = K \int_3^1 dy (\vec{j} \cdot \vec{j}) = 5y \Big|_3^1 (\vec{j} \cdot \vec{j}) = 5 \cdot (1-3) (\vec{j} \cdot \vec{j}) = -10V$, jer je skalarni proizvod vektora samog sa sobom jednak 1. Napon $U_{BA} = -U_{AB} = 10V$.

c) Napon U_{AB} može se prikazati kao zbir napona U_{AC} i U_{CB} : $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$, slika 15.



Slika 15



Slika 16

Napon U_{AC} je:

$$U_{AC} = \int_A^C \vec{K} d\vec{l} = \int_3^0 K \cdot \vec{j} \cdot dy \cdot \vec{j} = K \int_3^0 dy (\vec{j} \cdot \vec{j}) = 5y \Big|_3^0 = -15V.$$

Napon U_{CB} :

$$U_{CB} = \int_C^B \vec{K} d\vec{l} = \int_3^1 K \cdot \vec{j} \cdot dx \cdot \vec{i} = K \int_3^1 dx (\vec{j} \cdot \vec{i}) = 0V.$$

Dobija se $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} = -15V$ Napon $U_{BA} = -U_{AB} = 15V$.

Ili

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{K} d\vec{l} = \vec{K} \cdot \vec{AB} \cdot \cos(\pi - \alpha) = K \cdot AB \cdot (-\cos \alpha) = -K \cdot AB \cdot \frac{AC}{AB} = -K \cdot AC = -15V, \text{ slika 16}$$