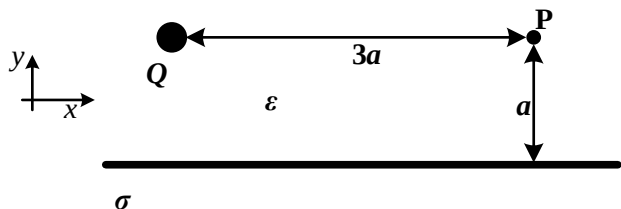


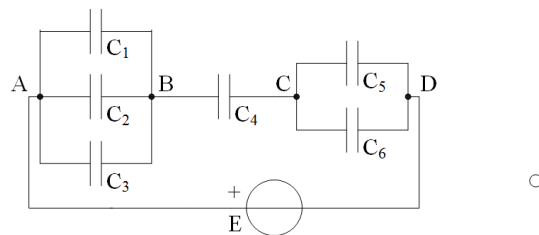
Elektrotehnika

pismeni ispit, 16.9.2026.

1. Tačkasto naelektrisanje $Q > 0$ i naelektrisana površ površinske gustine naelektrisanja $\sigma < 0$ nalaze se u sredini dielektrične konstante ε , na međusobnom rastojanju a (Slika 1). Odrediti i skicirati vektor sile kojom površ deluje na tačkasto naelektrisanje i vektor električnog polja u tački P. (8 poena)



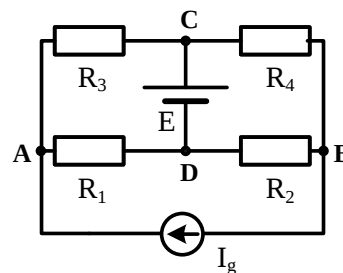
Slika 1



Slika 2

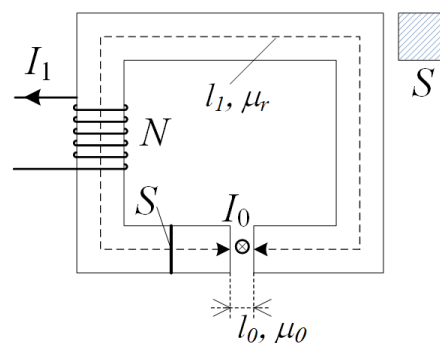
2. U kolu na Slici 2 poznate su kapacitivnosti $C_1 = C = 20 \text{ nF}$, $C_2 = C_4 = 2C$, $C_3 = C_5 = C_6 = 3C$, i elektromotorna sila idealnog naponskog generatora $E = 20 \text{ V}$. Pre povezivanja, svi kondenzatori su bili neopterećeni. Odrediti naelektrisanje na C_2 , napon U_{BD} i ukupnu energiju svih kondenzatora. (8 poena)

3. U kolu na Slici 3 poznate su vrednosti parametara elemenata: $R_1 = R_3 = 2 \Omega$, $R_2 = R_4 = 4 \Omega$, $E = 80 \text{ V}$, $I_g = 20 \text{ A}$. Primenom metode potencijala čvorova ili metode konturnih struja odrediti struju kroz generator E i napon na generatoru I_g u skladu sa usaglašenim referentnim smerovima, a nakon toga odrediti snagu ovih generatora. (12 poena)



Slika 3

4. Na pravougaono jezgro od feromagnetnog materijala, magnetne permeabilnosti $\mu = 5 \cdot 10^{-3} \text{ H/m}$, sa vazдушnim procepom širine $l_0 = 2 \text{ mm}$, ravnomerno je namotano $N = 1000$ navojaka, tako da nema magnetnog rasipanja (Slika 4). Dužina srednje linije jezgra iznosi $l_1 = 20 \text{ cm}$, a površina poprečnog preseka jezgra, kvadratnog oblika, iznosi $S = 4 \text{ cm}^2$. Sila koja deluje na tanak pravolinijski provodnik, postavljen paralelno ivicama proreza, kroz koji protiče struja intenziteta $I_0 = 1 \text{ A}$, iznosi $F = 0.01 \text{ N}$. Odrediti: intenzitet vektora jačine magnetnog polja, fluks i energiju magnetnog polja u feromagnetnom delu jezgra. (10 poena)



Slika 4

5. Na naponski generator efektivne vrednosti $U = 100 \text{ V}$, priključena je paralelna veza pretežno kapacitivnog potrošača, konduktanse 0.3 S i faktora snage $1/\sqrt{2}$, i jednog idealnog kondenzatora prividne snage 1 kVA . Odrediti:

- efektivne vrednosti struja pojedinačnih potrošača; (3 poena)
- ukupnu aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu celokupnog potrošača (paralelne veze); (5 poena)
- efektivnu vrednost struje koju celokupni potrošač uzima iz generatora; (2 poena)
- kompleksnu admitansu celokupnog potrošača. (2 poena)

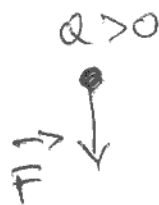
①

$$\vec{K}_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon(3a)^2} \vec{r}$$

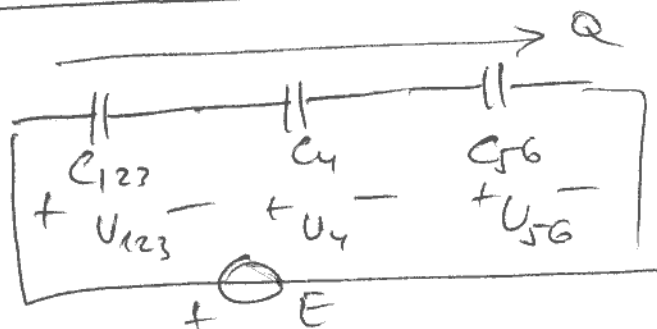
$$\vec{K}_1 = \frac{Q}{36\pi\epsilon a^2} \vec{i}$$

$$\vec{K}_2 = \frac{Q}{2\epsilon} \vec{j} = -\frac{Q|5|}{2\epsilon} \vec{j}$$

$$\vec{F} = \vec{K}_2 Q = \frac{Q^2}{2\epsilon} \vec{j} = -\frac{Q|5|}{2\epsilon} \vec{j}$$



②

 $\Leftrightarrow$ 

$$C_{123} = C_1 + C_2 + C_3 = C + 2C + 3C = 6C = 120 \mu F$$

$$C_4 = 2C = 40 \mu F$$

$$C_{56} = 3C + 3C = 6C = 120 \mu F$$

$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_{56}}} = \frac{1}{\frac{1}{6C} + \frac{1}{2C} + \frac{1}{6C}} = \frac{6}{5} C = 24 \mu F$$

$$Q_e = C_e E = \frac{6}{5} CE = 480 \mu C$$

$$W_e = \frac{1}{2} Q_e E = 4800 \mu J = 4.8 \mu J$$

$$Q_{123} = Q_4 = Q_{56} = Q_e$$

$$U_{123} = \frac{Q_{123}}{C_{123}} = \frac{\frac{6}{5} CE}{6C} = \frac{E}{5} = 4V$$

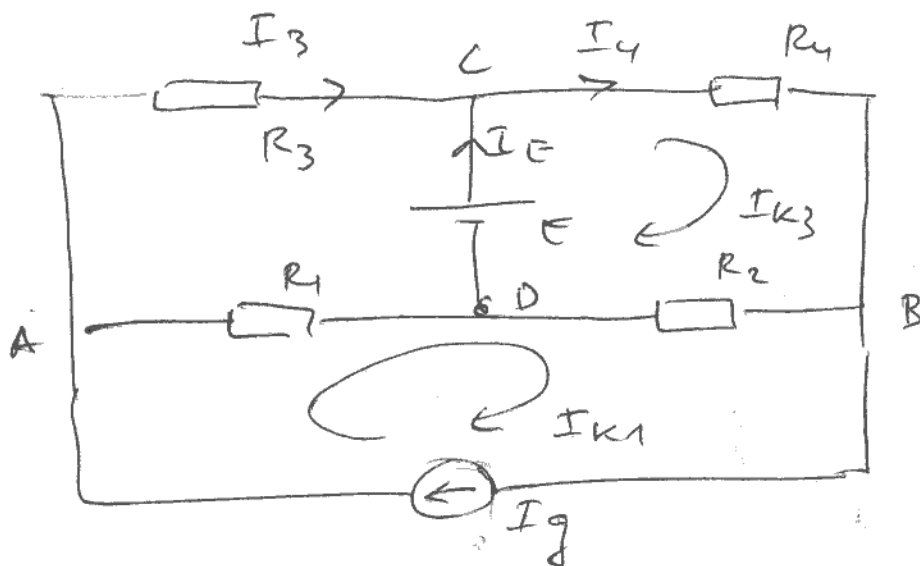
$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{\frac{6}{5} CE}{2C} = \frac{3E}{5} = 12V$$

$$U_{56} = \frac{Q_{56}}{C_{56}} = \frac{\frac{6}{5} CE}{6C} = 4V$$

$$U_{BD} = U_4 + U_{56} = 16V$$

$$Q_2 = C_2 U_{123} = 2C \frac{E}{5} = 160 \mu C$$

③



(1) $I_{K1} = I_g$

(2) $-R_1 I_{K1} + (R_1 + R_3) I_{K2} + 0 I_{K3} = -E$

(3) $-R_2 I_{K1} + 0 I_{K2} + (R_2 + R_4) I_{K3} = E$

$$I_{K2} = \frac{-E + R_1 I_g}{R_1 + R_3} = -10 \text{ A}$$

$$I_{K3} = \frac{E + R_2 I_g}{R_2 + R_4} = 20 \text{ A}$$

$$I_E = -I_{K2} + I_{K3} = 30 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} I_3 = I_{K2} = -10 \text{ A} \\ I_4 = I_{K3} = 20 \text{ A} \end{aligned} \quad \Rightarrow U_{AB} = R_3 I_3 + R_4 I_4 = 60 \text{ V}$$

$$P_E = E I_E = 2,4 \text{ kW}$$

$$P_{I_g} = U_{AB} I_g = 1,2 \text{ kW}$$

④ $F = |\vec{F}| = I_0 a B = I_0 B \sqrt{S}$, $\boxed{\frac{S}{a}} a \quad S = a^2 \Rightarrow a \sqrt{S}$

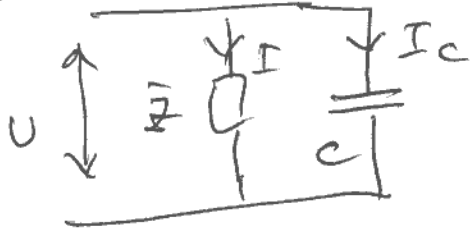
$$B = \frac{F}{I_0 \sqrt{S}} = 0,5 \text{ T}$$

$$H = B/\mu = 100 \text{ A/m}$$

$$\Phi = BS = 0,2 \text{ mWb}$$

$$W_m = \frac{1}{2} B H \cdot V = \frac{1}{2} B H \cdot l_1 S = 2 \text{ mJ}$$

5) a)



$$\bar{Y} = G + jB = Y e^{-j\varphi} = Y \cos \varphi - j \sin \varphi$$

$$\bar{Z} = R + jX = Z e^{j\varphi} = Z \cos \varphi + j Z \sin \varphi$$

$\varphi < 0$ KAPASITIVNI

$$G = Y \cos \varphi \Rightarrow Y = \frac{G}{\cos \varphi} = \frac{0,3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0,3\sqrt{2} \text{ S}$$

$$I = Y U = 0,3\sqrt{2} \cdot 100 = 30\sqrt{2} \text{ A}$$

$$\sin \varphi = -\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

$$\sin \varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$I_c = \frac{S_c}{U} = \frac{1000}{100} = 10 \text{ A}$$

$$B = Y \sin \varphi = 0,3 \text{ S}$$

$$\bar{Y} = (0,3 + j0,3) \text{ S}$$

$$b) \bar{S} = \bar{Y} * U^2 = (0,3 + j0,3) 100^2$$

$$\bar{S} = (3000 + j3000) \text{ VA}$$

$$P = 3 \text{ kW}, Q = -3 \text{ kVAR},$$

$$\bar{S}_c = 0 - j|Q_c| = -jS_c = -j4 \text{ kVA}$$

$$\bar{S}_{\text{vuk}} = \bar{S} + \bar{S}_c = P + j(Q - |Q_c|) = (3 - j4) \text{ kVA}$$

$$P_{\text{vuk}} = 3 \text{ kVA}, Q = -4 \text{ kVA}, S = 5 \text{ kVA}$$

$$c) I_{\text{vuk}} = \frac{S_{\text{vuk}}}{U} = 50 \text{ A}$$

$$d) \bar{Y}_{\text{vuk}} = \frac{\bar{S}_{\text{vuk}}^*}{U^2} = \frac{3000 + j4000}{10^4} = (0,3 + j0,4) \text{ S}$$

$$|X_c| = I_c / U = \frac{10}{100} = 0,1$$

$$\text{ili } \bar{Y}_{\text{vuk}} = \bar{Y} + \bar{Y}_c = 0,3 + j0,3 + j\left(\frac{1}{|X_c|}\right) = (0,3 + j0,4) \text{ S}$$