Први колоквијум из Математике 2

13. април 2013. године

1. Израчунати следеће интеграле:

а) $\int \frac{4+3arcsin^2x}{\sqrt{(1-x^2)arcsinx}}dx$, б) $\int \frac{18-x}{(x+2)^2(x^2+1)}dx$ в) $\int \frac{dx}{(x^2+x+1)^2}$ г) $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x-3x^2}}$ д) $\int \sin x \cdot e^{4x}dx$.

2. Одговарајућим сменама дате интеграле свести на интеграл рационалне функције:

а) $\int \frac{dx}{1-\sin x-\cos x}$ б) $\int \sqrt[3]{\frac{1-\ln x}{\ln^4 x}}\frac{dx}{x}$ в) $\int \frac{\sqrt{x}}{(1+\sqrt[3]{x})^2}dx$ г) $\int \frac{e^x\,dx}{e^x+\sqrt{e^{2x}+e^x+1}}$.

Други колоквијум из Математике 2

7. јун 2013. године

15 1. Одредити екстремне вредности функције $z(x,y)=x^4+y^4-3(x-y)^2$ за $(x,y)\neq(0,0)$.

12 2. Израчунати интеграл $\int_0^{+\infty}(x-1)\sqrt[4]{x}e^{-\sqrt{x}}dx$.

13 3. Израчунати дужину лука криве $y=\ln(\cos x)$ за $x\in[0,\frac{\pi}{6}]$.

12 4. Одредити површину равне фигуре ограничене правом $y=0$ и графиком функције $y=x\ln(x-1)$ за $\frac{3}{2}\le x\le 3$.

18 5. Показати да диференцијална једначина $(2xy+x^2y+\frac{y^3}{3})dx+(x^2+y^2)dy=0$ има интеграциони фактор $\lambda=\lambda(x)$ и на основу тога решити дату диференцијалну једначину.

20+10 6. Решити диференцијалне једначине: а) $xy'-\frac{y}{2(x+1)}-\frac{(x+1)y^3}{\sqrt{2x-x^2+2}}=0$ б) $xy'-y+sin^2y'=0$.

Писмени испит из Математике 2

ЈАНУАР 2013.

1. Решити диференцијалну једначину $xy'=x\cdot\sqrt{\frac{x+y}{2x+y}}+y$. 20

2. Решити диференцијалну једначину $y=xy'^2-y'\sqrt{y'^2+1}-\ln\left(y'+\sqrt{y'^2+1}\right)$. 30

3. Израчунати $\int_0^1 x^{2/3}(1-x)^{1/3}dx$, а затим резултат проверити применом бета функције. 25

4. Нека је l крива $y=x\sin x$, $0\le x\le 2\pi$, фигура Φ ограничена кривом l и x - осом и нека је T тело које настаје ротацијом фигуре Φ око x - осе. Одредити површину фигуре Φ и запремину тела T. 15

5. Дата је функција $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$. Прво одредити домен дате функције и скицирати га у равни, затим применом теореме о екстремним вредностима функције две промењиве одредити њене локалне екстремуме, и на крају проверити да ли она задовољава једначину $\frac{z''_{xx}+z''_{yy}}{z''_{xy}}=\frac{2-x^2-y^2}{xy}$. 10

Писмени испит из Математике 2, 14.2.2013.

1. Показати да диференцијална једначина $(x\sin y+y\cos y)dx+(x\cos y-y\sin y)dy=0$ има интеграциони фактор облика $z=z(x)$, па је на основу тога решити.
2. Решити диференцијалну једначину $y'-\frac{x}{x^2+1}y=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}(\text{arctg}^2x-1)^2}$.
3. Одредити екстремуме функције $z=e^{2x+3y}(8x^2-6xy+3y^2)$.
4. Израчунати $\int_0^{\pi/2}\sin^6 x\cos^4 x\,dx$.
5. Израчунати дужину лука криве $y=2\sqrt{x+1}$ за $0\leqslant x\leqslant 1$.

Други колоквијум из Математике 2

1. Одредити екстремне вредности функције $z=(x^2+y^2+1)^{-1}$.

2. Израчунати интеграле $\int_0^{+\infty}\frac{dx}{(x^2+1)^3}$, $\int_0^{\pi}\frac{dx}{\sin x+\cos x+3}$ и $\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$.

3. Израчунати дужину лука криве $y=\frac{1}{2}((x+1)\sqrt{x^2+2x+2}+\ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+2}))$ за $0\leqslant x\leqslant 1$.

4. Решити диференцијалну једначину $y'=\frac{x+y}{2x+y+3}$.

5. Решити диференцијалну једначину $y=2xy'+siny'$.

6. Показати да једначина $xy^2dx+(x^2y+x)dy=0$ има интеграциони фактор облика $\lambda(xy)$, па је на основу тога решити.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2 6.4.2013.

1. Наћи екстремне вредности функције: $z = \dfrac{x+5y+3}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

2. Израчунати интеграле: 1^0 $\displaystyle\int \frac{dx}{\cos^5 x}$, 2^0 $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\left(x^2+1\right)^3}$.

3. Израчунати дужину лука криве $y = -\sqrt{9-x^2}$, $0 \le x \le 3/2$.

4. Решити диференцијалне једначине: 1^0 $y = 2xy' + \ln^2 y'$, 2^0 $y'\left(x + 2y^2\sqrt{x}\right) = 1$.

5. Показати да диференцијална једначина $\left(xy + 3y^4\right)dx + \left(3x^2 - 3xy^3\right)dy = 0$ има интеграциони фактор облика $z = z(v)$, $v = xy$, па на основу тога решити једначину.

Писмени испит из Математике 2, 27. јун 2013.

1. Израчунати интеграле: $\displaystyle\int \frac{dx}{\left(x^2+2x+3\right)^2}$; $\displaystyle\int \sin 2x\, e^{4x} dx$; $\displaystyle\int \frac{\sin x - 2\cos x}{1 + \sin x + \cos x} dx$; $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4+x^2}}$.

2. Израчунати дужину лука криве $y = \sqrt{x-1}$ за $2 \le x \le 3$.

3. Решити диференцијалне једначине: $xy' - y = \dfrac{x\left(y^2+x^2\right)}{y^2-x^2}$; $yy' = 2xy'^2 + 1$.

4. Наћи локалне екстремуме функције $z = x^3 - 2y^3 + 2x^2 - 8xy + 8y^2 + 1$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2 6.9.2013.

1. Наћи екстремне вредности функције: $z = \dfrac{2x+2y-1}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

2. Израчунати интеграле: 1^0 $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\left(x^4+1\right)^2}$, 2^0 $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-x+2}}$, 3^0 $\displaystyle\int \frac{dx}{5-\cos x}$.

3. Решити диференцијалне једначине: 1^0 $y' = y \cdot \sin^2 x \cdot \cos^4 x \cdot \ln^2 y$, 2^0 $y(xy' + y) = xe^x$.

4. Показати да диференцијална једначина $y^2dx + \left(y^2 + (x+y)y\ln(x+y)\right)dy = 0$ има интеграциони фактор облика $z = z(v)$, $v = x + y$, па на основу тога решити једначину.

Писмени испит из Математике 2 20. 09. 2013.

12 1. Одредити локалне екстремуме функције $z = e^x(4y^2 + 2xy + x^2)$.

2. Израчунати интеграле:

15 а) $\displaystyle\int \frac{\sin x}{\sqrt[4]{16\cos^4 x + \cos^2 x}}\, dx$ 8 б) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin^2 x\, dx$ 8 в) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x - x^2}\, dx$.

3. Дата је крива $l : y = \ln(\sqrt{x^2-1} - x)$, $-2 \le x \le -1$. 6 а) Одредити дужину дате криве l.
6 б) Одредити површину равног лика ограниченог датом кривом l и правама $y = 0$ и $x = -2$.
6 в) Израчунати површину ротационог тела насталог ротацијом дате криве l око Ox-осе.

4. Решити диференцијалне једначине:

а) $(3x - 7y + 7)dx - (3x - 7y - 3)dy = 0$ б) $\sqrt{e^{2y}+1} = y'x(\sqrt{4-x-x^2}+2)$ в) $y' + \frac{1}{x}y = \frac{x^2y^3}{[illegible]}$.

Писмени испит из Математике 2 04. 10. 2013.

1. Одредити област дефинисаности D функције $z(x,y) = \arcsin\dfrac{x}{y^2} + \arccos(1-y)$ и графички га приказати.

Испитати да ли функција $z(x,y)$ задовољава $2x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = \sqrt{\dfrac{y}{2-y}}$ за $(x,y) \in D$.

2. Израчунати интеграле:

а) $\displaystyle\int \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\,\frac{\cos x}{\sin x - 1}\,dx$ б) $\displaystyle\int_0^{+\infty} (x+3)e^{-\sqrt{x}}\sqrt[4]{x}\,dx$ в) $\displaystyle\int \frac{dx}{x-\sqrt{x^2-1}}$.

3. Дата је функција $g(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$. **а)** Одредити површину равне фигуре F ограничене делом графика функције $g(x)$ за $x \in [0,1]$, x осом и правом $x = 1$. **б)** Израчунати запремину ротационог тела насталог ротацијом фигуре F око x-осе.

4. Решити диференцијалне једначине:

а) $xy' = y + x^3\sin 2x$ б) $y - y'x - y' - y'^2 = 0$

в) Показати да диференцијална једначина $(xy - x^2)dy + (y^2 - 3xy - 2x^2)dx = 0$ има интеграциони фактор $\lambda = \lambda(x)$ па на основу тога решити дату једначину.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2 20.10.2013.

1. Одредити екстремне вредности функције $z = x^3 + y^2 - xy - y$. 12

2. Израчунати интеграле 15 $\displaystyle\int \frac{x^5 - x^2}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx$, 15 $\displaystyle\int \frac{dx}{\left(4x^2+1\right)\sqrt[4]{1+arctg^4 2x}}$, 10 $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x^3}\right)}$.

15

3. Израчунати запремину тела насталог ротацијом криве $y = \sqrt{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}$, $0 \le x \le \pi/2$ око Ox осе.

4. Решити диференцијалне једначине $\left(y'-3\right)^3 = \dfrac{y-3x+1}{6x-2y+2}$, $y' - y = \sin^2 x \cdot \left(2 - \sin^2 x\right) \cdot y' + \sqrt{y^2+1}$.

18 15

Писмени испит из Математике 2, 30.1.2014.

1. Дата је функција $f(x,y) = \ln\sqrt{1-x^2-y^2}$. Одредити њен домен, графички га представити у R^2 и одредити њене локалне екстремуме.

2. Нека је D област у R^2 ограничена са $y = \dfrac{x}{x^2+1}$, $x = 0$, $x = 1$ и $y = 0$, и нека је T тело које настаје ротацијом области D око x-осе. Израчунати површину области D и запремину тела T.

3. Израчунати дужину лука криве $y = 2\sqrt{x+1}$ за $0 \le x \le 1$.

4. Израчунати $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+1\right)^3}$.

5. Доказати да једначина $\left(y\sin(xy) - \cos(xy)\right)dx + x\sin(xy)\,dy = 0$ има интеграциони фактор облика $z(x)$, па је на основу тога решити.

6. Решити диференцијалну једначину $y' + \dfrac{4x+3}{2x^2+3x+2}\,y = \dfrac{1}{(x+1)\left(x^2+x+1\right)}$.

Писмени испит из Математике 2

ФЕБ 2014

1. Решити диференцијалну једначину $xy' = x \cdot \sqrt{\dfrac{x+y}{2x+y}} + y$. 20

2. Решити диференцијалну једначину $y = xy'^2 - y'\sqrt{y'^2+1} - \ln\left(y' + \sqrt{y'^2+1}\right)$. 30

3. Израчунати $\int\limits_0^1 x^{2/3}(1-x)^{1/3}\,dx$, а затим резултат проверити применом бета функције. 25

4. Нека је l крива $y = x\sin x$, $0 \le x \le 2\pi$, фигура Φ ограничена кривом l и x - осом и нека је T тело које настаје ротацијом фигуре Φ око x - осе. Одредити површину фигуре Φ и запремину тела T. 15

5. Дата је функција $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Прво одредити домен дате функције и скицирати га у равни, затим применом теореме о екстремним вредностима функције две променљиве одредити њене локалне екстремуме, и на крају проверити да ли она задовољава једначину $\dfrac{z''_{xx} + z''_{yy}}{z''_{xy}} = \dfrac{2 - x^2 - y^2}{xy}$. 10