

Први колоквијум из Математике 2

13. април 2013. године

1. Израчунати следеће интеграле:

а) $\int \frac{4 + 3\arcsin^2 x}{\sqrt{(1-x^2)\arcsin x}} dx$, б) $\int \frac{18-x}{(x+2)^2(x^2+1)} dx$ в) $\int \frac{dx}{(x^2+x+1)^2}$ г) $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x-3x^2}}$ д) $\int \sin x \cdot e^{4x} dx$.

2. Одговарајућим сменама дате интеграле свести на интеграл рационалне функције:

а) $\int \frac{dx}{1-\sin x-\cos x}$ б) $\int \sqrt[3]{\frac{1-\ln x}{\ln^4 x}} \frac{dx}{x}$ в) $\int \frac{\sqrt{x}}{(1+\sqrt[3]{x})^2} dx$ г) $\int \frac{e^x dx}{e^x + \sqrt{e^{2x} + e^x + 1}}$.

Други колоквијум из Математике 2

7. јун 2013. године

- 15 1. Одредити екстремне вредности функције $z(x, y) = x^4 + y^4 - 3(x-y)^2$ за $(x, y) \neq (0, 0)$.
 12 2. Израчунати интеграл $\int_0^{+\infty} (x-1)\sqrt[4]{xe^{-\sqrt{x}}} dx$.
 13 3. Израчунати дужину лука криве $y = \ln(\cos x)$ за $x \in [0, \frac{\pi}{6}]$.
 12 4. Одредити површину равне фигуре ограничене правом $y=0$ и графиком функције $y = x \ln(x-1)$ за $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$.
 18 5. Показати да диференцијална једначина $(2xy + x^2y + \frac{y^3}{3})dx + (x^2 + y^2)dy = 0$ има интеграциони фактор $\lambda = \lambda(x)$ и на основу тога решити дату диференцијалну једначину.
 20+10 6. Решити диференцијалне једначине: а) $xy' - \frac{y}{2(x+1)} - \frac{(x+1)y^3}{\sqrt{2x-x^2+2}} = 0$ б) $xy' - y + \sin^2 y' = 0$.

Писмени испит из Математике 2

1. Решити диференцијалну једначину $xy' = x \cdot \sqrt{\frac{x+y}{2x+y}} + y$. 20
 2. Решити диференцијалну једначину $y = xy'^2 - y' \sqrt{y'^2+1} - \ln(y' + \sqrt{y'^2+1})$. 30
 3. Израчунати $\int_0^1 x^{2/3}(1-x)^{1/3} dx$, а затим резултат проверити применом бета функције. 25
 4. Нека је l крива $y = x \sin x$, $0 \leq x \leq 2\pi$, фигура Φ ограничена кривом l и x -осом и нека је T тело које настаје ротацијом фигуре Φ око x -осе. Одредити површину фигуре Φ и запремину тела T . 15
 5. Дата је функција $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$. Прво одредити домен дате функције и скицирати га у равни, затим применом теореме о екстремним вредностима функције две променљиве одредити њене локалне екстремуме, и на крају проверити да ли она задовољава једначину $\frac{z''_{xx} + z''_{yy}}{z''_{xy}} = \frac{2-x^2-y^2}{xy}$. 10

Писмени испит из Математике 2, 14.2.2013.

1. Показати да диференцијална једначина $(x \sin y + y \cos y)dx + (x \cos y - y \sin y)dy = 0$ има интеграциони фактор облика $z = z(x)$, па је на основу тога решити.
 2. Решити диференцијалну једначину $y' - \frac{x}{x^2+1}y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}(\arctg^2 x - 1)^2}$.
 3. Одредити екстремуме функције $z = e^{2x+3y}(8x^2 - 6xy + 3y^2)$.
 4. Израчунати $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x dx$.
 5. Израчунати дужину лука криве $y = 2\sqrt{x+1}$ за $0 \leq x \leq 1$.

Писмени испит из Математике 2, 27. јун 2013.

1. Израчунати интеграле: $\int \frac{dx}{(x^2+2x+3)^2}$; $\int \sin 2x e^{4x} dx$; $\int \frac{\sin x - 2 \cos x}{1 + \sin x + \cos x} dx$; $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4 + x^2}}$.
 2. Израчунати дужину лука криве $y = \sqrt{x-1}$ за $2 \leq x \leq 3$.
 3. Решити диференцијалне једначине: $xy' - y = \frac{x(y^2 + x^2)}{y^2 - x^2}$; $yy' = 2xy'^2 + 1$.
 4. Наћи локалне екстремуме функције $z = x^3 - 2y^3 + 2x^2 - 8xy + 8y^2 + 1$.