

1. Израчунати $\int_0^{+\infty} x^6 e^{-x^2} dx$.
2. Дата је функција $z(x, y) = \sqrt{y(1-x^2-y^2)}$.
а) Одредити домен функције и представити га графички. б) Одредити локалне екстремуме функције за $y \neq 0$.
3. Израчунати површину фигуре F која је ограничена параболом $y = -\frac{x^2}{2} + 2x + 6$ и правом $y = 2x + 4$.
4. Израчунати дужину лука криве $y = \ln \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ за $x \in [1, 2]$.
5. Решити диференцијалне једначине а) $y' = \frac{x+y+1}{x-y}$ б) $xy' - y + 2y^3 \cos^2 x = 0$.
6. Показати да диференцијална једначина $(xy^2 + y^3 + y^2 + 1)dx + (2xy + 3y^2)dy = 0$ има интеграциони фактор $\lambda = \lambda(x)$ и на основу тога је решити.

Писмени испит из Математике 2, 30.1.2014.

1. Дата је функција $f(x, y) = \ln \sqrt{1-x^2-y^2}$. Одредити њен домен, графички га представити у R^2 и одредити њене локалне екстремуме.
2. Нека је D област у R^2 ограничена са $y = \frac{x}{x^2+1}$, $x=0$, $x=1$ и $y=0$, и нека је T тело које настаје ротацијом области D око x -осе. Израчунати површину области D и запремину тела T .
3. Израчунати дужину лука криве $y = 2\sqrt{x+1}$ за $0 \leq x \leq 1$.
4. Израчунати $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^3}$.
5. Доказати да једначина $(y \sin(xy) - \cos(xy))dx + x \sin(xy) dy = 0$ има интеграциони фактор облика $z(x)$, па је на основу тога решити.
6. Решити диференцијалну једначину $y' + \frac{4x+3}{2x^2+3x+2}y = \frac{1}{(x+1)(x^2+x+1)}$.

Писмени испит из Математике 2

25.02.2012.

1. Израчунати интеграле $\int \frac{x dx}{2 + \sqrt{x^2 + x + 4}}$, $\int_0^{\pi} \frac{1 + \cos x}{2 + \cos x} dx$ и $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^8 + 1}$.
2. Одредити локалне екстремуме функције $z = x^2 - 6xy + y^3$.
3. Дата равна фигура F је ограничена осом Ox , кривом $y = x^2$ и правом $y = 6 - x$. Израчунати површину фигуре F и запремину тела које настаје ротацијом фигуре F око осе Ox .
4. Решити диференцијалне једначине:
а) $xy' = x + \sqrt{x^2 + y^2}$ б) $y = 2xy' + \frac{1}{1+y^2}$.

Писмени испит из Математике 2

19. 10. 2014.

1. Одредити локалне екстремуме функције $z(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$.
2. Решити интеграле: а) $\int \frac{x e^{\arctg x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$ б) $\int \frac{\sin^2 x \cos x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$.
3. Израчунати: а) $\int_0^1 \sqrt{x-x^2} dx$ б) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 \sqrt{x}} e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} dx$.
4. Израчунати површину тела насталог обраћањем криве $y = \sqrt[3]{x}$, за $\frac{1}{8} \leq x \leq 1$ око Ox -осе.
5. Наћи опште решење једначине $3y^2 y' + xy^3 = \frac{e^x}{(4+e^{4x})^2}$.

Писмени испит из Математике 2

3. јул 2014.

- 50 1. Решити интеграле: а) $\int x^2 \arccos x dx$ б) $\int \frac{(2 - \sqrt{x^2 + 2x + 4})^2}{x^2 \sqrt{x^2 + 2x + 4}} dx$ в) $\int \frac{x dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$
 г) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x (1 + \sqrt{\operatorname{tg} x})^2} dx$ д) $\int \frac{x \sin^4(\ln \sqrt{x^2 + 1})}{x^2 + 1} dx$ е) $\int \frac{x - 2}{x^3 + 8} dx$
- 8 2. Одредити локалне екстремуме функције $z(x, y) = x^4 + y^4 - 3x^2 + 6xy - 3y^2$ за $(x, y) \neq (0, 0)$.
- 7 3. Израчунати интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^3}$.
- 10 4. Израчунати дужину лука криве $y = 2 \ln \frac{4}{4 - x^2}$ за $0 \leq x \leq 1$.
5. Решити једначине:
 а) $(\sin y - y \sin x) dx + (x \cos y + \cos x) dy = 0$; б) $y - 2xy' + \sin^2 y' = 0$; в) $xyy' - y^2 = (x + y)^2 e^{-\frac{x}{y}}$.

ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

6.9.2014.

1. Наћи екстремне вредности функције: $z = \frac{2x + y + 3}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$.
2. Израчунати интеграле: $1^0 \int \frac{dx}{\sin^7 x}$, $2^0 \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^2}$, $3^0 \int_1^{+\infty} \frac{\ln^3 x}{x^2} dx$.
3. Израчунати дужину лука криве $y = \sqrt{1 - x^2} - \arccos x$, $0 \leq x \leq 1$.
4. Решити диференцијалне једначине: $1^0 y = 2xy' + \frac{1}{1 + y'^2}$, $2^0 y' = \frac{1}{3} \frac{3y - 2x + 1}{4x - 6y - 4}$.
5. Показати да диференцијална једначина $(x^2 y + 2x + y^2) dx + (x^3 + xy + 1) dy = 0$ има интеграциони фактор облика $z = z(y)$, $v = xy$, па на основу тога решити једначину.

Писмени испит из Математике 2

20. 09. 2014.

1. Решити интеграле: а) $\int \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2) \arccos^3 x}}$ б) $\int \frac{3x + 11}{x^3 + x^2 + 2x - 4} dx$ в) $\int \frac{x dx}{2 - \sqrt{4 - x + 4x^2}}$.
2. Израчунати: а) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} dx$ б) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \cos x dx$ в) $\int_4^8 \ln \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}}$ г) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 1} dx$.
3. Одредити локалне екстремуме функције $z(x, y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$ за $y < 0$.
4. Фигура \mathcal{F} је ограничена правом $y = 1$ и делом круга $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ за $y < 1$. Одредити површину фигуре \mathcal{F} и запремину тела које настаје обраћањем фигуре \mathcal{F} око Ox -осе.
5. Решити једначине: а) $y = 2y'x + \operatorname{tg}^2 y'$ б) $y' = y^2 + y$ в) $x dx + (2y - x) dy = 0$.

1. Одредити и графички представити домен и наћи локалне екстремуме функције $z = \ln((x+y)(3x^2+3y^2-2))$.
2. Сменом $(\sin x)^{\cos x} = t$ решити интеграл $\int \frac{(\sin x)^{\cos x} \cdot \left(\sin x \ln(\sin x) - \frac{\cos^2 x}{\sin x}\right)}{((\sin x)^{2 \cos x} + 1)^3} dx$.
3. Израчунати површину области D која је ограничена правом $x = 1$ и кривама $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{x+2}\right) - \frac{x}{x+1}$ за $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
4. Решити диференцијалну једначину $\left(y + \frac{1}{y}\right) y' + \sqrt[3]{y^{-3}+1} \cdot \cos^2 x - \sqrt[3]{y^3+1} \cdot \frac{x^2 \sin^2 x + 1}{y} = 0$.